Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística (PPGME)

Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 2**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

********************************* **Atenção:** ***************************************

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. As questões Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.
****

1) Sendo X e Y são variáveis aleatórias, independentes e identicamente distribuídas, com valores -1 e 1 com mesma probabilidade, verifique se X e $Z = XY$ são independentes.

..../PROB/MN034013.TEX

2) A função densidade conjunta de X e Y é dada abaixo. Obtenha a função de distribuição de $Z = X - Y$.
$f(x, y) = \exp(-2x - y)I_{(0,\infty)}(x)I_{(0,\infty)}(y)$.

..../PROB/MN030026.TEX

3) Considere o conjunto $X_1, X_2, ..., X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição F_X. Seja $Y_1 = min\{X_i\}$ e $Y_n = max\{X_i\}$. Mostre que:
(a) $F_{Y_1}(z) = 1 - (1 - F_X(z)))^n$
(b) $F_{Y_n}(z) = (F_X(z))^n$
(c) Obtenha F_{Y_1} quando $X_i \sim Geo(p), \forall i$

..../PROB/MN0300XX.TEX

4) Seja $Y \sim Poisson(\lambda)$ e $X|(Y = n) \sim B(n, p)$.

a) Calcule a função de probabilidade de X.

b) Determine a função de probabilidade condicional de Y dado $X = x$.

..../PROB/MN032006.TEX

5) Suponha que X e Y são v.a. independentes e com distribuição exponencial de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Mostre que, para $k > 0$, $P(X - kY > 0) = \frac{\lambda_2}{k\lambda_1 + \lambda_2}$.

..../PROB/MN033005.TEX

6) Seja X uma v.a. com distribuição $U(0, 1)$. Mostre que:
a) $Y = (b - a)X + a$ tem distribuição $U(a, b)$.
b) $Y = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - X)$ tem distribuição $Exp(\lambda)$

..../PROB/CP05001A.TEX

7) Considere que as variáveis X e $Y \sim N(0, 1)$, independentes. Defina as variáveis $W = X + Y$ e $Z = X - Y$.
a) Obtenha as densidades conjuntas de Z e W.
b) Z e W são independentes?

..../PROB/CP236.TEX

8) Sejam $X_1, \cdots, X_n$ v.a. com distribuição Poisson com parâmetros $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$, respectivamente.

i) Mostre que $X_1 + X_2 \sim Poisson(\lambda_1 + \lambda_2)$

ii) Use indução para mostrar que $X_1 + \cdots + X_n \sim Poisson(\lambda_1 + \cdots + \lambda_n)$

..../PROB/PROB8.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!