



Disciplina: Probabilidade
 Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Prova nº: 2

Nome: _____ Matrícula: _____

***** Atenção: *****

i) Selecione 3 questões fazendo um círculo nos números abaixo. As questões Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

iv) As questões 8 e 9 são obrigatórias.

1) Suponha que uma impressora de alta velocidade cometa erros, segundo um modelo de Poisson com uma taxa de 2 erros por página.

- a) Qual é a probabilidade de encontrar pelo menos 1 erro em uma página escolhida ao acaso.
- b) Se 5 páginas são sorteadas, ao acaso e de forma independente, qual é a probabilidade de pelo menos 1 página com pelo menos 1 erro por página?
- c) Dentro das condições de (b), considere a variável que conta o número de páginas com pelo menos um erro. Você identifica o modelo dessa variável?

...../PROB/MN023010.TEX

2) Demonstre que as funções abaixo satisfazem as propriedades da função densidade.

a) $f(x) = (1 - |1 - x|)I_{(0,2)}(x)$; modelo *Triangular*

b) $f(x) = \frac{1}{4}xe^{-x/2}$; $x \in \mathbb{R}^+$; modelo *Qui-quadrado*

...../PROB/MN025024a.TEX

3) Seja X uma variável aleatória discreta com função de probabilidade dada por: $p(x) = k(1-\theta)^{x-1}$; $0 < \theta < 1$, $x = 1, 2, \dots$

a) Determine o valor de k .

b) Se $\theta = 1 - 2^{-1/n}$, mostre que a mediana de X é qualquer número real no intervalo $[n, n + 1]$.

(Obs: Uma mediana é qualquer número real m tal que $P(X < m)$ e $P(X > m)$ são ambos maiores ou iguais a $1/2$ ou, equivalentemente, $F(m^-) < 1/2 < F(m)$).

...../PROB/MN025018.TEX

4) Sendo $X \sim B(n, p)$, qual é o valor k (k inteiro entre 0 e n), que tem probabilidade máxima?

...../PROB/MN02041.TEX

5) Apresente e demonstre as corcunstâncias em que as distribuições se aproximam.

a) Hipergeométrica e Binomial

b) Binomial e Poisson

...../PROB/MNex022.TEX

6) Para $m, n > 0$, seja $P(X = m + n | X > m) = P(X = n)$ uma versão da propriedade da falta de memória. Verifique se ela está satisfeita para os modelos abaixo:

a) Poisson(λ).

b) $B(n, p)$.

c) $Geo(p)$.

...../PROB/MN0230008.TEX

7) Seja X uma v.a. com distribuição $U(0, 1)$. Mostre que:

a) $Y = (b - a)X + a$ tem distribuição $U(a, b)$.

b) $Y = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - X)$ tem distribuição $Exp(\lambda)$

...../PROB/CP05001A.TEX

8) Um físico costuma realizar experimentos em laboratório ou simulação computacional no estudo de algum fenômeno, controlando algumas variáveis, visando a modelagem deste fenômeno estudado. Neste experimento (fenômeno denominado Percolação) estuda-se o avanço do fogo em uma floresta ou o contágio de pessoas por alguma anomalia viral ou condutividade elétrica. Supõe-se que a probabilidade de uma árvore passar carga para um elétron vizinho é $p \in (0, 1)$. A variável p (abscissa, x) é a independente, enquanto L32 é a dependente (ordenada, y), e representa o tamanho da área estudada. Usando o programa R, plote o gráfico de dispersão (x, y) e você verá a forma de uma distribuição acumulada. Proponha uma função $y = F(x)$, onde F é uma função de distribuição (acumulada). Apresente alguma forma de obter aproximações (estimativas) para os parâmetros da curva (L32).

(Arquivo: www.ufpa.br/heliton/arquivos/probabilidade/)

...../PROB/AjustePerc32.TEX

9) Usando o R, gere valores para as variáveis abaixo e plote o histograma e a densidade da variável no mesmo gráfico:

a) $U(0, 5)$, b) $N(0, 1)$, c) $Gama(5, 10)$, d) χ_5

...../PROB/Rgera1.TEX

!!!! Boa prova !!!!