Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística (PPGME)

Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 4 (Sub)**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ________________________________ **Matrícula:** ______________

*********************************** **Atenção:** **

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento. Organize sua prova!

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

****

1) Suponha que X e Y são v.a. independentes e com distribuição exponencial de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Para $k > 0$, determine $P(kX - Y > 0)$ usando:

   a) um método convencional

   b) por condicionamento, ou seja, $P(kX - Y > 0) = \int_0^\infty P(kX - Y > 0|Y = y)f_Y(y)dy$

..../PROB/CP231.TEX

2) Considere que as variáveis X e $Y \sim N(0,1)$, independentes. Defina as variáveis $W = X + Y$ e $Z = X - Y$.

   a) Obtenha a densidade conjunta de Z e W pelo Método do Jacobiano.

   b) Z e W são independentes?

   Obs. $X \perp Y \Leftrightarrow f_{X,Y}(x,y) = f_X(x)f_Y(y), \forall(x,y)$

..../PROB/CP236b.TEX

3) Considere o conjunto $X_1, X_2, ..., X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição F_X. Seja $Y_1 = min\{X_i\}$ e $Y_n = max\{X_i\}$. Mostre que:

   (a) $F_{Y_1}(z) = 1 - (1 - F_X(z)))^n$

   (b) $F_{Y_n}(z) = (F_X(z))^n$

   (c) Obtenha F_{Y_1} quando $X_i \sim Geo(p), \forall i$

..../PROB/MN0300XX.tex

4) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições Poisson(λ_1) e Poisson(λ_2), respectivamente.

   a) Mostrar que a distribuição de $Z = X + Y$ é Poisson($\lambda_1 + \lambda_2$).

   b) Mostrar que a distribuição de X, dado que $X + Y = n$ é $Bin(n, \frac{\lambda_1}{\lambda_1+\lambda_2})$.

..../PROB/CP08001A.TEX

5) Sejam $X \sim U(0,1)$ e $Y \sim U(0,1)$ independentes. Mostre que $Z = \sqrt{-2\ln(X)}\cos(2\pi Y)$ e $W = \sqrt{-2\ln(X)}\texttt{sen}(2\pi Y)$ são $N(0,1)$ independentes.

..../PROB/CP06011A.TEX

6) Sejam $X \sim N(0,1)$ e $Y \sim N(0,1)$, independentes, qual a distribuição de $Z = 3(X + 2Y)$?

..../PROB/cp07006C.TEX

7) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2, respectivamente.

   a) Mostre que a v.a. $M = min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.

   b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..../PROB/CP06015A.TEX

8) A variável aleatória X segue o modelo de *Weibull*, isto é, sua densidade é dada por $f(x) = \alpha\lambda x^{\alpha-1}e^{-\lambda x^\alpha} \times I_{0,\infty}(x), \alpha, \lambda > 0$. Obtenha a média de X.

..../PROB/MN042007.tex

!!!!! Boa prova !!!!!