Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 3**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ______________________ **Matrícula:** __________

*********************************** **Atenção:** ***************************************

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

****

1) Suponha que X e Y são v.a. independentes e com distribuição exponencial de parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente. Para $k > 0$, determine $P(kX - Y > 0)$ usando:

a) um método convencional

b) por condicionamento, ou seja, $P(kX - Y > 0) = \int_0^\infty P(kX - Y > 0|Y = y)f_Y(y)dy$

..../PROB/CP231.TEX

2) Considere o conjunto $X_1, X_2, ..., X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição F_X. Seja $Y_1 = min\{X_i\}$ e $Y_n = max\{X_i\}$. Mostre que:

(a) $F_{Y_1}(z) = 1 - (1 - F_X(z)))^n$

(b) $F_{Y_n}(z) = (F_X(z))^n$

(c) Obtenha F_{Y_1} quando $X_i \sim Geo(p), \forall i$

..../PROB/MN0300XX.tex

3) Sejam $X \sim U_c(-2, 2)$ e $Y = X^2$. Determine o valor esperado de X, Y e XY. O que dizer da independência entre X e Y?

..../PROB/MN045025.TEX

4) Duas câmeras de vídeo funcionam, de forma independente, monitorando a segurança da portaria de um prédio residencial. Admita que o tempo até acontecer uma falha na câmera é Exponencial, com parâmetros λ_1 e λ_2, respectivamente, para as câmeras 1 e 2. Supondo que ambas as câmeras iniciaram suas atividades no instante zero, obtenha o valor esperado do instante a partir do qual não haverá câmera em operação na portaria.

..../PROB/MN045019.TEX

5) Sejam $X \sim N(0, 1)$ e $Y \sim N(0, 1)$ independentes. Mostre que $Z = X + Y$ e $W = X - Y$ são $N(0, 2)$ independentes (**Método do Jacobiano**).

..../PROB/CP06012A.TEX

6) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2, respectivamente.

a) Mostre que a v.a. $M = min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.

b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..../PROB/CP06015A.TEX

7) Suponha que X tenha f.d.p. dada por $f(x) = \lambda e^{-\lambda(x-a)}, \qquad x \geq a.$

a) Obtenha $g_X(t) = E(e^{tX})$, com $t \in \mathbb{R}$

b) Calcule $E(X)$ e $Var(X)$.

Obs: $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

..../PROB/CP24B.TEX

8) A variável aleatória X segue o modelo de *Weibull*, isto é, sua densidade é dada por $f(x) = \alpha\lambda x^{\alpha-1}e^{-\lambda x^\alpha}I_{0,\infty}(x), \alpha, \lambda > 0$. Obtenha a média de X.

..../PROB/MN042007.tex

!!!!! Boa prova !!!!!