Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística (PPGME)

Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 2**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ________________________________ **Matrícula:** ______________

********************************** **Atenção:** ***************************************
i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos
1 2 3 4 5 6 7 8 9
ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.
****

1) A variável X tem função de distribuição dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ \frac{1}{c}(1 - e^{-(x-1)}), & 1 \le x < 2 \\ \frac{1}{c}(1 - e^{-1} + e^{-2} - e^{-2(x-1)}), & x \ge 2. \end{cases}$$

a) Obtenha o valor de c.

b) Classifique a variável e obtenha a correspondente função densidade ou de probabilidade, conforme o caso.

c) Determine $P(X > 3/2|X < 4)$.

..../PROB/MN022009.TEX

2) Suponha que uma impressora de alta velocidade cometa erros, segundo um modelo de Poisson com uma taxa de 2 erros por página.

a) Qual é a probabilidade de encontrar pelo menos 1 erro em uma página escolhida ao acaso.

b) Se 5 páginas são sorteadas, ao acaso e de forma independente, qual é a probabilidade de pelo menos 1 página com pelo menos 1 erro por página?

c) Dentro das condições de (b), considere a variável que conta o número de páginas com pelo menos um erro. Você identifica o modelo dessa variável?

..../PROB/MN023010.TEX

3) Seja $X \sim U_c(-a, a)$, determine o valor do parâmetro a de modo que:

a) $P(-1 < X < 2) = 3/4$.

b) $P(|X| < 1) = P(|X| > 2)$.

..../PROB/MN024001.TEX

4) Sendo $X \sim N(\mu, \sigma^2), \sigma^2 > 0$, avalie as probabilidades abaixo em função de $\Phi(z)$ ou numericamente, se possível:

a) $P(|X| < \mu)$.

b) $P(|X - \mu| > 0)$

c) $P(X - \mu < -\sigma)$.

d) $P(\sigma < |X - \mu| < 2\sigma)$.

..../PROB/MN024008.TEX

5) Mostre que se F e G forem funções de distribuição então, para $0 < \alpha < 1$, então $\alpha F + (1 - \alpha)G$ também é função de distribuição.

..../PROB/MN025015.TEX

6) Demonstre que as funções abaixo satisfazem as propriedades da função densidade.

a) $f(x) = (1 - |1 - x|)I_{(0,2)}(x)$; modelo *Triangular*

b) $f(x) = \frac{1}{4}xe^{-x/2}$; $x \in \mathbb{R}^+$; modelo *Qui-quadrado*

..../PROB/MN025024a.TEX

7) Sendo $X \sim B(n,p)$, qual é o valor k (k inteiro entre 0 e n), que tem probabilidade máxima?

..../PROB/MN02041.TEX

8) Seja $Y \sim Poisson(\lambda)$ e $X|(Y = n) \sim B(n,p)$.

a) Calcule a função de probabilidade de X.

b) Determine a função de probabilidade condicional de Y dado $X = x$.

..../PROB/MN032006.TEX

9) Considere a função:

$$f_{X|Y}(x|y) = \begin{cases} \frac{y^x e^{-y}}{x!}, & \text{se } x = 0, 1, \ldots \text{ e } y > 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

a) Mostre que, para cada y fixado, $f(.|y)$ é uma função de probabilidade.

b) Determine a conjunta de X e Y se $Y \sim Exp(1)$

..../PROB/MN0320009.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!