**Universidade Federal do Pará (UFPA)**
**Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)**
**Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística (PPGME)**

**Disciplina: Probabilidade** **Prova $n^o$: 1**
**Professor: Héliton Ribeiro Tavares**

**Nome:** ______________________________ **Matrícula:** ____________

*********************************** **Atenção:** ****************************************

*i*) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

**1 2 3 4 5 6 7 8**

*ii*) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
*iii*) A prova é estritamente individual e sem consulta.

*********************************************************************************

1) Discuta três possíveis interpretações para o problema a seguir, apresentando suas soluções:
"*Num círculo unitário, o triângulo equilátero inscrito tem lado igual a $\sqrt{3}$. Qual é a probabilidade de uma corda desse círculo, escolhida ao acaso, ter comprimento maior que o lado desse triângulo.*"

................................................................................................................................/PROB/CP202.TEX

2) Num lote de $m+n$ peças existem $m$ defeituosas. Uma amostra sem reposição de $r$ peças, $r < m+n$ é sorteada. Obtenha a probabilidade de encontrarmos $k$ peças defeituosas, $k \leq \min(r, m)$.

................................................................................................................................/PROB/MNex19.TEX

3) Considere o lançamento sucessivo e independente de uma moeda equilibrada. Defina $A_n$ como o seguinte evento: o lançamento $n$ inicia uma série de exatamente 3 caras, isto é, nem mais nem menos do que 3 caras. Usando o Lema de Borel-Cantelli, determine a probabilidade da ocorrência de um número infinito dos $A_n$'s.

................................................................................................................................/PROB/MN013010.TEX

4) Sejam $A_1, A_2, A_3$ e $A_4$ eventos independentes e com probabilidades 0,5; 0,4; 0,3 e 0,2; respectivamente. Determine a probabilidade de $B$, sendo que $I_B = 1 - \prod_{i=l}^{4}(1 - I_{A_i})$.

................................................................................................................................/PROB/MN014023.TEX

5) Escolha, ao acaso, um ponto $(a, b)$ na região de $\mathbb{R}^2$ definida por $0 < x < 1$ e $0 < y < 1$. Para a equação $z^2 + 2az + b = 0$, determine a probabilidade das raízes serem:
a) Dois números reais e distintos.
b) Dois números reais.

................................................................................................................................/PROB/MN014033.TEX

6) Uma caixa contém $m$ bolas brancas e $n$ vermelhas. Dois jogadores se alternam em retirar, ao acaso, uma bola da caixa. As retiradas são com reposição e vence quem retirar a primeira bola branca. Mostre que quem inicia o jogo tem vantagem.

................................................................................................................................/PROB/MN014071.TEX

7) São escritas cartas a $n$ destinatários diferentes e há $n$ envelopes com os respectivos endereços. Porém, as cartas são colocadas ao acaso em cada um desses envelopes.
a) Qual é a probabilidade da $k$-ésima carta chegar ao destino correto?
b) Qual é a probabilidade de pelo menos uma carta chegar ao destino correto?
c) O que ocorre com a probabilidade em (b) se $n \to \infty$?

................................................................................................................................/PROB/CP203.TEX

8) Sendo $A_1, A_2, \cdots, A_n$ eventos em $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$, mostre que temos

$$P(\bigcup_{j=1}^{n} A_j) = S_1 - S_2 + \cdots + (-1)^{n-1} S_n$$

com $S_k = \sum \cdots \sum_{1 < i_1 < \cdots < i_k < n} P(A_{i_1}, A_{i_1}, \cdots, A_{i_k}), \quad k = 1, 2, \cdots, n.$

................................................................................................................................/PROB/MN014118.TEX

**!!!!! Boa prova !!!!!**