Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Programa de Pós-Graduação em Matemática e Estatística (PPGME)

Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 3**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

*********************************** **Atenção:** **
i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.
****

1) Sendo X e Y independentes com $X \sim N(0,1)$ e Y igual a 1 ou -1, com mesma probabilidade. Para $Z = XY$, calcule o coeficiente de correlação entre X e Z. As variáveis X e Z são independentes?

..../PROB/MN05025.TEX

2) Seja $X_1, X_2, \cdots$ uma sequencia de variáveis independentes e identicamente distribuídas. Seja N uma outra variável, assumindo valores inteiros não negativos, e independente das $X_i's$. Determine a média e a variância de $Y = \sum_{i=1}^{N} X_i$.

..../PROB/MN05026.TEX

3) Para $X \sim N(0,1)$ e $Y \sim N(0,2)$, independentes.

a) Determine a função geradora de momentos de $X^2 + Y^2$ e, a partir daí, sua média.

b) Calcule a função geradora de momentos conjunta de X^2 e Y^2 e, a partir daí, a média de X^2.

..../PROB/MN05043.TEX

4) Seja X uma v.a. tal que

$$E(X^n) = \begin{cases} \frac{n!}{(n/2)!}, & \text{se } n \text{ par} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Determine a fgm de X e identifique sua distribuição.

..../PROB/MN05051.TEX

5) Seja $\{X_n, n \geq 1\}$ uma sequencia de variáveis aleatórias *i.i.d.*, seguindo o modelo Uniforme Contínuo em (0,1). Calcule o limite em probabilidade de $\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(-\log X_k)$.

..../PROB/MN06028.TEX

6) Sejam $X_n, n \geq 1$ variáveis aleatórias *i.i.d* com média μ e variância σ^2, ambas finitas. Com o uso do Teorema Central do Limite, determine o tamanho da amostra n para que $P(|\overline{X}_n - \mu| \leq \frac{\sigma}{10}) \simeq 0,95$.

..../PROB/MN06038.TEX

7) Seja $\{X_n, n \geq 1\}$ uma sequencia de variáveis aleatórias *i.i.d.* com média 0 e variância 2. Obtenha o limite em distribuição de

a) $\frac{\sqrt{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)}{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2}$

b) $\frac{X_1+X_2+\cdots+X_n}{\sqrt{X_1^2+X_2^2+\cdots+X_n^2}}$

..../PROB/MN06055.TEX

8) Sejam X_n e Y_m variáveis aleatórias independentes com distribuição Poisson de parâmetros m e n, respectivamente. Mostre que

$$\frac{(X_n - n) - (Y_m - m)}{\sqrt{X_n + Y_m}} \xrightarrow{d} N(0,1) \text{para } m \text{ e } n \to \infty.$$

..../PROB/MN06065.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!