Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Mestrado em Matemática e Estatística (PPGME)

Disciplina: Probabilidade **Prova n^o: 2**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

*********************************** **Atenção:** **
i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
iii) A prova é estritamente individual e sem consulta
****

1) Considere o conjunto $X_1, X_2, \cdots, X_n$ v.a. independentes e identicamente distribuídas com função de distribuição F_X. Seja $Y_1 = \min_i\{X_i\}$ e $Y_{=} \max_i\{X_i\}$. Mostre que:
(a) $F_{Y_1}(z) = 1 - (1 - F_X(z))^n$
(b) $F_{Y_n}(z) = (F_X(z))^n$.
(c) Obtenha F_{Y_1} quando $X_i \sim Geo(p), \forall i$.

..../prob/MNProp33.TEX

2) A função densidade conjunta de X e Y é dada abaixo. Obtenha a função de distribuição de $Z = 2X + Y$

$$f_{X,Y}(x, y) = e^{-(x+y)} I_{(0,\infty)}(x) I_{(0,\infty)}(y)$$

a) Por integral dupla
b) Por condicionamento.

..../prob/MNExp318.TEX

3) Sejam X e Y duas variáveis independentes com distribuição Geométrica de parâmetro p. Determine $P(X = Y)$.

..../prob/MN03015.TEX

4) Determine a distribuição da Variável $X + Y$ quando X e Y são v.a. independentes tais que (i) $X \sim Bin(n_1, p)$ e $Y \sim Bin(n_2, p)$, (ii) $X \sim Poisson(\lambda_1)$ e $Y \sim Poisson(\lambda_2)$.

..../prob/QUES7.TEX

5) Considere que as variáveis X e $Y \sim N(0, 1)$, independentes. Defina as variáveis $W = X + Y$ e $Z = X - Y$.
a) Obtenha as densidades conjuntas de Z e W.
b) Z e W são independentes?

..../prob/cp236.TEX

6) Sejam $Y \sim Exp(1)$ e $X|(Y = y) \sim Poisson(y)$. Mostre que

$$P(X = n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}, n = 0, 1, 2, \cdots$$

..../prob/MN03028.TEX

7) A função de distribuição de X é dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & se\ x < -2; \\ \frac{1}{10}(x + 2) & se\ -2 \leq x < 0; \\ \frac{1}{5} + \frac{x}{10} + \frac{3x^2}{250} & se\ 0 \leq x < 5; \\ 1, & se\ x \geq 5. \end{cases}$$

a) Calcule $E(X^2)$ sem obter primeiro a densidade de X.
b) Obtenha $E(X^2)$ via densidade de X.
c) Obtenha $E(X^2)$ via densidade de X^2.

..../prob/MN04S01.TEX

8) Seja (X, Y) um vetor aleatório com valores em $(0, 1) \times (0, 1)$ de forma que $X \sim U_c(0, 1)$ e $Y|X \sim U_c(1 - X^2, 1)$. Calcule o valor esperado de $W = (1 - Y)/X$.

..../prob/MN04023.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!