



**Universidade Federal do Pará**  
**Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)**  
**Mestrado em Matemática e Estatística**

**Disciplina: PROBABILIDADE**  
**Professor: Héilton Ribeiro Tavares**

**Prova n<sup>o</sup>: 1**

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Matrícula:** \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\* **Atenção:** \*\*\*\*\*

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

**1 2 3 4 5 6 7 8**

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual

\*\*\*\*\*

- 1) Em um experimento  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  e seja  $\mathcal{F} = \Omega_p$ . Defina  $f(\emptyset) = 0$  e  $f(\{x\}) = x/4$  para todo  $x \in \Omega$ . Admitindo que  $f$  é aditiva para conjuntos disjuntos, verifique se  $f$  é uma probabilidade em  $\mathcal{F}$ .  
 ..... CPMN1418.TEX
- 2) Sejam  $A_1, A_2, \dots, A_n$  e  $B_1, B_2, \dots, B_n$  eventos em  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ . Para  $j = 1, 2, \dots, n$ , suponha que  $B_j$  seja independente de  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  e que os  $B_j$ 's sejam disjuntos 2 a 2. Mostre que  $\bigcup_{j=1}^n B_j$  e  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  são independentes.  
 ..... CPMN1424.TEX
- 3) Considere o lançamento sucessivo e independente de uma moeda equilibrada. Defina  $A_n$  como o seguinte evento: o lançamento  $n$  inicia uma série de exatamente 3 caras, isto é, nem menos nem mais do que 3 caras. Usando o Lema de Borel-Cantelli, determine a probabilidade de ocorrência de um número infinito dos  $A_n$ 's.  
 ..... CPMN1310.TEX
- 4) Um ponto  $x_0$  é escolhido aleatoriamente em  $[0, 1] \cap \mathbb{R}$ . A *sombra* gerada por esse ponto é o intervalo de amplitude  $x_0/2$ , centrado em  $x_0$ . Determine a probabilidade (condicional a  $x_0$ ) de sortear, ao acaso, um outro ponto em  $[0, 1]$  fora dessa sombra.  
 ..... CPMN1432.TEX
- 5) São escritas cartas a  $n$  destinatários diferentes e há  $n$  envelopes com os respectivos endereços. Porém as cartas são colocadas, ao acaso, em cada um desses envelopes.
  - a) Qual é a probabilidade da  $k$ -ésima carta chegar ao destino correto?
  - b) Qual é a probabilidade de pelo menos uma carta chegar ao destino correto?
  - c) O que ocorre com a probabilidade em (b) se  $n \rightarrow \infty$ ?
 ..... CPMN1494.TEX
- 6) Considere uma mesa plana com linhas horizontais separadas pela distância  $2a$ . Uma agulha de tamanho  $2c$  ( $c < a$ ) cai nessa mesa. Qual a probabilidade da agulha tocar uma das linhas.  
 ..... CPMN1498.TEX
- 7) Três atiradores,  $A, B$  e  $C$  tem probabilidades de acertar o alvo de, respectivamente, 0,6; 0,5 e 0,4. Cada um deles atira uma vez e 2 tiros acertaram o alvo. Nessas condições, qual é a probabilidade de que um desses tiros tenha sido disparado por  $C$ .  
 ..... CPMN14100.TEX
- 8) Um carcereiro informa a três prisioneiros que um deles foi sorteado para ser solto no dia seguinte, enquanto os outros dois serão executados. O prisioneiro João se aproxima do carcereiro e cochicha no seu ouvido, solicitando que lhe conte qual dos outros dois prisioneiros será executado. O prisioneiro argumenta que isso não altera em nada sua situação, visto que pelo menos um desses prisioneiros será executado. Entretanto, o carcereiro não atende a seu pedido, acreditando que isso poderia dar a João alterações nas suas expectativas de ser libertado. Você acha que o carcereiro tem razão?  
 ..... CPMN14122.TEX

**!!!! Boa prova !!!!**