



Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Mestrado em Matemática e Estatística

Disciplina: PROBABILIDADE
Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Prova n^o: 1

Nome: _____ **Matrícula:** _____

***** **Atenção:** *****

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual

- 1) Em um experimento $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ e seja $\mathcal{F} = \Omega_p$. Defina $f(\emptyset) = 0$ e $f(\{x\}) = x/4$ para todo $x \in \Omega$. Admitindo que f é aditiva para conjuntos disjuntos, verifique se f é uma probabilidade em \mathcal{F} .
 CPMN1418.TEX
- 2) Sejam A_1, A_2, \dots, A_n e B_1, B_2, \dots, B_n eventos em $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$. Para $j = 1, 2, \dots, n$, suponha que B_j seja independente de $\bigcap_{i=1}^n A_i$ e que os B_j 's sejam disjuntos 2 a 2. Mostre que $\bigcup_{j=1}^n B_j$ e $\bigcap_{i=1}^n A_i$ são independentes.
 CPMN1424.TEX
- 3) Considere o lançamento sucessivo e independente de uma moeda equilibrada. Defina A_n como o seguinte evento: o lançamento n inicia uma série de exatamente 3 caras, isto é, nem menos nem mais do que 3 caras. Usando o Lema de Borel-Cantelli, determine a probabilidade de ocorrência de um número infinito dos A_n 's.
 CPMN1310.TEX
- 4) Um ponto x_0 é escolhido aleatoriamente em $[0, 1] \cap \mathbb{R}$. A *sombra* gerada por esse ponto é o intervalo de amplitude $x_0/2$, centrado em x_0 . Determine a probabilidade (condicional a x_0) de sortear, ao acaso, um outro ponto em $[0, 1]$ fora dessa sombra.
 CPMN1432.TEX
- 5) São escritas cartas a n destinatários diferentes e há n envelopes com os respectivos endereços. Porém as cartas são colocadas, ao acaso, em cada um desses envelopes.
 - a) Qual é a probabilidade da k -ésima carta chegar ao destino correto?
 - b) Qual é a probabilidade de pelo menos uma carta chegar ao destino correto?
 - c) O que ocorre com a probabilidade em (b) se $n \rightarrow \infty$?
 CPMN1494.TEX
- 6) Considere uma mesa plana com linhas horizontais separadas pela distância $2a$. Uma agulha de tamanho $2c$ ($c < a$) cai nessa mesa. Qual a probabilidade da agulha tocar uma das linhas.
 CPMN1498.TEX
- 7) Três atiradores, A, B e C tem probabilidades de acertar o alvo de, respectivamente, 0,6; 0,5 e 0,4. Cada um deles atira uma vez e 2 tiros acertaram o alvo. Nessas condições, qual é a probabilidade de que um desses tiros tenha sido disparado por C .
 CPMN14100.TEX
- 8) Um carcereiro informa a três prisioneiros que um deles foi sorteado para ser solto no dia seguinte, enquanto os outros dois serão executados. O prisioneiro João se aproxima do carcereiro e cochicha no seu ouvido, solicitando que lhe conte qual dos outros dois prisioneiros será executado. O prisioneiro argumenta que isso não altera em nada sua situação, visto que pelo menos um desses prisioneiros será executado. Entretanto, o carcereiro não atende a seu pedido, acreditando que isso poderia dar a João alterações nas suas expectativas de ser libertado. Você acha que o carcereiro tem razão?
 CPMN14122.TEX

!!!! Boa prova !!!!