



Disciplina: Probabilidade  
 Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Lista nº: 1

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\* Atenção: \*\*\*\*\*

i) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

ii) As listas podem ser feitas em duplas

\*\*\*\*\*

- 1) Prove que para quaisquer dois eventos  $A$  e  $B$ , são equivalentes as seguintes relações: (i)  $A \subset B$ , (ii)  $B^c \subset A^c$ , (iii)  $A \cap B^c = \emptyset$  e (iv)  $A \cup B = B$ .  
 ..... CPMN101.TEX
- 2) Considere  $\Omega = \{1, 2, 3\}$  e a  $\sigma$ -álgebra do conjunto das partes de  $\Omega$ . defina uma candidata à função de probabilidade da seguinte forma:  $\emptyset$  e  $\Omega$  têm probabilidade 0 e 1, respectivamente. Os demais elementos da  $\sigma$ -álgebra têm probabilidade 1/6. Você acha que essa candidata satisfaz os Axiomas de Kolmogorov?  
 ..... CPMN102.TEX
- 3) Em um experimento  $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$  e seja  $\mathcal{F} = \Omega_p$ . Defina  $f(\emptyset) = 0$  e  $f(\{x\}) = x/4$  para todo  $x \in \Omega$ . Admitindo que  $f$  é aditiva para conjuntos disjuntos, verifique se  $f$  é uma probabilidade em  $\mathcal{F}$ .  
 ..... CPMN1418.tex
- 4) Sejam  $A_1, A_2, \dots, A_n$  e  $B_1, B_2, \dots, B_n$  eventos em  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$ . Para  $j = 1, 2, \dots, n$ , suponha que  $B_j$  seja independente de  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  e que os  $B_j$ 's sejam disjuntos 2 a 2. Mostre que  $\bigcup_{j=1}^n B_j$  e  $\bigcap_{i=1}^n A_i$  são independentes.  
 ..... CPMN1424.tex
- 5) Um ponto  $x_0$  é escolhido aleatoriamente em  $[0, 1] \cap \mathbb{R}$ . A *sombra* gerada por esse ponto é o intervalo de amplitude  $x_0/2$ , centrado em  $x_0$ . Determine a probabilidade (condicional a  $x_0$ ) de sortear, ao acaso, um outro ponto em  $[0, 1]$  fora dessa sombra.  
 ..... CPMN1432.tex
- 6) São escritas cartas a  $n$  destinatários diferentes e há  $n$  envelopes com os respectivos endereços. Porés as cartas são colocadas, ao acaso, em cada um desses envelopes.
  - a) Qual é a probabilidade da  $k$ -ésima carta chegar ao destino correto?
  - b) Qual é a probabilidade de pelo menos uma carta chegar ao destino correto?
  - c) O que ocorre com a probabilidade em (b) se  $n \rightarrow \infty$ ? .....
 CP203.TEX
- 7) Um carcereiro informa a três prisioneiros que um deles foi sorteado para ser solto no dia seguinte, enquanto os outros dois serão executados. O prisioneiro João se aproxima do carcereiro e cochicha no seu ouvido, solicitando que qual dos outros dois prisioneiros será executado. O prisioneiro argumenta que isso não altera em nada sua situação, visto que pelo menos um desses prisioneiros será executado. Entretanto, o carcereiro não atende a seu pedido, acreditando que isso poderia dar a João alterações nas suas expetativas de ser libertado. Você acha que o carcereiro tem razão:  
 ..... CP205.TEX
- 8) Três atiradores,  $A, B$  e  $C$  tem probabilidades de acertar o alvo de, respectivamente, 0,6; 0,5 e 0,4. Cada um deles atira uma vez e 2 tiros acertaram o alvo. Nessas condições, qual é a probabilidade de que um desses tiros tenha sido disparado por  $C$ .  
 ..... CP206.TEX
- 9) Prove que eventos independentes não são disjuntos, a menos que um deles tenha probabilidade zero.  
 ..... CP207.TEX
- 10) Considere o lançamento sucessivo e independente de uma moeda equilibrada. Defina  $A_n$  como o seguinte evento: o lançamento  $n$  inicia uma série de exatamente 3 caras, isto é, nem mais nem menos do que 3 caras. Usando o Lema de Borel-Cantelli, determine probabilidade de um número infinito dos  $A_n$ 's.  
 ..... CP208.TEX

- 11) Considere uma mesa plana com linhas horizontais separadas pela distância  $2a$ . Uma agulha de tamanho  $2c$  ( $c < a$ ) cai nessa mesa. Qual a probabilidade da agulha tocar uma das linhas.  
 ..... CP209.TEX
- 12) Prove que eventos independentes não são disjuntos, a menos que um deles tenha probabilidade zero.  
 ..... CP210.TEX
- 13) Sendo  $P(A) = \alpha$  e  $P(B) = \beta$ ,  $0 < \alpha < \beta < 1$ , obtenha os limites inferior e superior para  $P(A|B)$ .  
 ..... CP211.TEX
- 14) Considere o lançamento de dois dados honestos. Elabore uma macro em VBA para obter a distribuição de frequência dos pontos  $(x, y)$ ,  $x, y = 1, \dots, 6$ .  
 ..... CPVBA101.TEX
- 15) Considere o lançamento de dois dados honestos. Elabore uma macro em VBA para obter a probabilidade (frequentista) do evento  $A_k = \{\text{A Soma dos pontos é } k\}$ ,  $k = 2, \dots, 12$ .  
 ..... CPVBA102.TEX
- 16) Considere que você tem um círculo de raio 1, e dentro dele um triângulo equilátero. Elabore uma macro em VBA para responder à seguinte pergunta: se você sortear um ponto ao acaso dentro do círculo, qual a probabilidade de ele estar dentro de triângulo?  
 ..... CPVBA103.TEX
- 17) Imagine que você está em um show de TV. O apresentador te pede para escolher uma de três portas fechadas. Atrás de uma porta há um carro novo. Atrás das outras duas há bodes velhos. Suponha que você escolha a porta número 1. O apresentador, que sabe qual porta esconde o carro, abre a porta número 3, mostrando um bode. O apresentador então pergunta se você quer trocar para a porta número 2. É vantajoso para você trocar?  
 a) Apresente a solução analítica para este problema;  
 b) Elabore uma macro para checar a probabilidade.  
 ..... CP001.TEX
- 18) Se selecionarmos  $k$  pessoas ao acaso, qual a probabilidade de pelo menos duas fazerem aniversário no mesmo dia do ano? (i) Considere que há 365 dias no ano e calcule para  $k = 20, 23, 40, 50$  e  $60$ . (ii) Elabore uma macro em VBA para responder à pergunta, usando  $n = 10000$ .  
 ..... CP002.TEX