



**Universidade Federal do Pará (UFPA)**  
**Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)**  
**Faculdade de Estatística (FAEST)**

**Disciplina:** Cálculo das Probabilidades II / 2014-Per4 **Prova n°:** 2  
**Professor:** Prof. Dr. Héilton Ribeiro Tavares, **Prof. Dr. Paulo Cerqueira**  
**Assistente:** Erick Amorim

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Matrícula:** \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\* **Atenção:** \*\*\*\*\*

i) Selecione 5 questões fazendo um **CÍRCULO** nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos  
**1 2 3 4 5 6 7 8 9 10**

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

iv) Na aula seguinte à Prova, as questões são rerepresentadas e um aluno será sorteado para resolvê-la **INTEGRALMENTE**. Caso consiga, ganha 1 ponto adicional. Caso contrário, outro aluno será sorteado, até o limite de 3 alunos em cada questão.

\*\*\*\*\*

1) Sejam  $X$  e  $Y$  v.a. independentes com distribuição Exponencial de parâmetro comum  $\lambda$ . Obtenha a função de probabilidade de  $Z = 3X + Y$ .  
 ...../PROB/CP504b.TEX

2) Sejam  $X_1$  e  $X_2$  v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ , respectivamente.  
 a) Mostre que a v.a.  $M = \min(X_1, X_2)$  tem distribuição exponencial com parâmetro  $\alpha_1 + \alpha_2$ .  
 b) Calcule  $P(X_1 \leq X_2)$ .  
 ..... /PROB/cp13.TEX

3) Sejam  $X$  e  $Y$  v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo  $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$ , com  $\theta \in \mathbb{R}$ . Obtenha a densidade da v.a.  $Z = 2(X - Y)$  e verifique que ela não depende de  $\theta$ .  
 ...../PROB/cp43b.TEX

4) Suponha que a variável aleatória  $(X, Y)$  tenha *f.d.p* conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3} & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

- a) Verifique que integra 1
- b) Desenhe a região  $B = \{X + Y \geq 1\}$
- c) Calcule  $P(X + Y \geq 1)$

...../PROB/cp05031.TEX

5) Dois característicos do desempenho do motor de um foguete são o empuxo  $X$  e a taxa de mistura  $Y$ . Suponha que  $(X, Y)$  seja uma variável aleatória com *f.d.p* conjunta dada por:

$$f(x, y) = 2(x + y - 2xy), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1$$

Encontrar as *f.d.p*'s marginais de  $X$  e  $Y$ .

...../PROB/cp05032.TEX

6) A tabela a seguir dá a distribuição de probabilidade conjunta de  $(X, Y)$ , referente ao número de peças produzidas por duas linhas de produção.

Y \ X	0	1	2	3	4	5	Total
0	0	0,01	0,03	0,05	0,07	0,09	0,25
1	0,01	0,02	0,04	0,05	0,06	0,08	0,26
2	0,01	0,03	0,05	0,05	0,05	0,06	0,25
3	0,01	0,02	0,04	0,06	0,06	0,05	0,24
Total	0,03	0,08	0,16	0,21	0,24	0,28	1,00

Encontre a distribuição de probabilidade das seguintes v.a.'s:

$U = \text{mín}(X, Y) =$  menor n° de peças produzidas pelas duas linhas.

$V = \text{máx}(X, Y) =$  maior n° de peças produziadas pelas duas linhas.

$W = X + Y =$  n° total de peças produzidas pelas duas linhas.

...../PROB/cp07003.TEX

- 7) Sejam  $X$  e  $Y$  v.a.i. com distribuições  $\text{Bin}(n_1, p)$  e  $\text{Bin}(n_2, p)$ , respectivamente. Determinar a distribuição de  $Z = X + Y$ .

...../PROB/cp07004.TEX

- 8) Sejam  $X$  e  $Y$  v.a.i. com distribuições  $\text{Poisson}(\lambda_1)$  e  $\text{Poisson}(\lambda_2)$ , respectivamente.

a) Determinar a distribuição de  $Z = X + Y$ .

b) Determinar a distribuição condicional de  $X$  dado que  $Z = X + Y = n$ .

...../PROB/cp07007.TEX

- 9) Sejam  $X \sim N(0, 1)$  e  $Y \sim N(0, 1)$ , independentes, qual a distribuição de  $Z = X + 2Y$ ?

...../PROB/cp07006b.TEX

- 10) Considere a  $f_{dp}$  a seguir:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)} & x > 0, y > 0 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

a) Obtenha a Função de Distribuição Conjunta de  $(X, Y)$

b) Derive-a de forma a obter a densidade novamente.

...../PROB/CP06020.TEX

**!!!! Boa prova !!!!**