Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Faculdade de Estatística (FAEST)

Disciplina: Cálculo das Probabilidades II / 2014-Período 4 **Prova n^o: 3**
Professor: Prof. Dr. Héliton Tavares, Prof. Dr. Paulo Cerqueira
Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

************************************ **Atenção:** **

i) Todos os exercícios abaixo devem ser resolvidos e enviados em doc ou pdf por email para heliton@ufpa.br

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento.

iii) A prova poderá ser feita em dupla ou individual, de forma honesta e organizada.

****

1) A variável aleatória contínua bidimensional (X, Y) tem distribuição conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3xy^2}{4}; \ \ para \ \ 0 \le x \le 1, \ \ 0 \le y \le 2 \\ \\ 0, \ caso \ \ contrario. \end{cases}$$

Determine,

(a) As distribuições marginais de X e Y;

(b) Se X e Y são independentes;

(c) A covariância entre X e Y (Obs: $Cov(X,Y) = E[(X-E(X))(Y-E(Y))] = E(XY)-E(X)E(Y)$).

..../PROB/HT04019.TEX

2) Demonstre que se ρ_{XY} é o coeficiente de correlação entre X e Y, então $-1 \le \rho_{XY} \le 1$.
Obs: $\rho_{X,Y} = Cov\left(\frac{X-E(X)}{\sigma_X}\right)\left(\frac{Y-E(Y)}{\sigma_Y}\right) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

..../PROB/CP09001B.TEX

3) No PSS da UFPA a nota em cada disciplina X_i tinha média 500 e desvio-padrão 100. Na Fase 1 tínhamos $n = 11$ disciplinas. Supondo que a correlação entre cada par de disciplinas é 0,5, obtenha a média e o desvio-padrão da Nota Padronhizada da Fase 1 (NP1), dada por $NP1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$.

..../PROB/cp105.TEX

4) Monte no Excel os gráficos das funções (densidades) $f(x)$ abaixo. Reserve a linha 1 da planilha para colocar os "nomes"dos coeficientes (parâmetros) da função e a linha 2 os seus valores. A partir da linha 4 (colunas A e B), coloque os valores de x e $f(x)$. As funções devem buscar os valores na linha 2, de forma que podemos mudar os parâmetros e observar a mudança na densidade. Cada função deve estar em uma Planilha (Plan1, Plan2,...)

a) $ax^2 + bx + c$, com $a = 1, \ b = -5, \ c = 6$.

b) $U(a, b)$, com $a = -1, \ b = 1$.

c) $N(\mu, \sigma^2)$, com $\mu = 0, \ \sigma^2 = 1$.

d) Log-Normal $LN(\mu, \sigma^2)$, com $\mu = 1, \ \sigma^2 = 2$.

e) t-Student com k graus de liberdade (t_k), com $k = 5$.

f) Gamma com parâmetros $\alpha = 3$ e $\beta = 5$

g) Qui-quadrado com k graus de liberdade (χ^2_k), com $k = 5$.

h) Fisher-Snedecor com graus de liberdade n_1 e n_2 (F_{n_1,n_2}), com $n_1 = 3, \ n_2 = 5$.

i) $Beta(a, b)$, com $a = 3, \ b = 5$.

..../PROB/HT04029.TEX

5) O Estatístico tem como uma de suas atribuições a modelagem de dados e a interação com outros profissionais. Um físico costuma realizar experimentos em laboratório ou simulação computacional no estudo de algum fenômeno, controlando algumas variáveis, visando a modelagem deste fenômeno estudado. Neste experimento (fenômeno denominado *Percolação*) estuda-se o avanço do fogo em uma floresta ou o contágio de pessoas por alguma anomalia viral. Supõe-se que a probabilidade de uma árvore passar o fogo para uma vizinha qualquer é $p \in (0, 1)$ (ou uma pessoa passar o vírus para um vizinho). A probabilidade p será a variável independente, enquanto $L32$ e $L64$ serão as dependentes, e representam o tamanho da área estudada. Plote o gráfico de dispersão com as duas variáveis $[p \times L32$ e $p \times L64]$ e você verá a forma similar entre as curvas (tipo Funções de Distribuição $F(x)$), mas com alguma diferença. Você notará que as duas se cruzam. Proponha uma função comum para ambas as situações ($L32$ e $L64$), diferenciando-se apenas por seus parâmetros. Determine os parâmetros para cada curva ($L32$ e $L64$). O pesquisador ainda deseja saber em que ponto p^* as duas curvas se encontram, com base no modelo teórico ajustado. Ajude-o nesta pequena tarefa estatística deixando bem claro o modelo sugerido e a metodologia ou critério adotado para obtenção de p^*. O arquivo com os dados é *percolacao.xls* e está no site *www.helitontavares.com/aplicada/listas*.

..../PROB/HT04030.TEX

6) Seja $X \sim t_{25}$, calcule:

(a) $P(X \leq 1,7081)$, (b) $P(X > 0,6844)$ (c) $P(X > -1,3163)$

(d) $P(1,3163 < X < 2,4851)$ (e) $P(-0,6844 \leq X \leq 1,3163)$

..../PROB/CP56.TEX

7) Seja $X \sim t_{25}$, encontre o valor de "a" tal que

(a) $P(X \leq a) = 0,975$, (b) $P(X > a) = 0,10$, (c) $P(|X| \leq a) = 0,90$, $P[-a \leq x \leq a] = 0,90$

..../PROB/CP57.TEX

8) Seja $X \sim \chi^2_{23}$, calcule:

a) $P(X \leq 11,689)$

b) $P(X \leq 38,076)$

C) $P(X > 18,137)$

..../PROB/CP72.TEX

9) Suponha que X_i, $i = 1, 2, \cdots, n$ sejam observações (v.a's) independentes, cada uma delas tendo distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 0,05$. Faça $S = X_1 + \cdots + X_n$. Use $n = 30$.

a) Empregando o Teorema Central do Limite, calcule $P(S \geq 4)$.

b) Compare a resposta de (a) com o valor exato dessa probabilidade.

..../PROB/CP12001A.TEX

10) Na página da Caixa Econômica Federal podemos baixar os resultados de todas as loterias. Faça o download dos resultados da Megasena, de todos os sorteios até agora, no site abaixo. Considere os resultados sendo realizações da variável $(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$ e ordene-os, denominando $(X_{(1)}, X_{(2)}, X_{(3)}, X_{(4)}, X_{(5)}, X_{(6)})$, onde $X_{(1)}$ é o Mínimo e $X_{(6)}$ é o máximo. Proponha uma distribuição para $X_{(1)}$ outra para $X_{(6)}$

Site: *http://www1.caixa.gov.br/loterias/loterias/megasena/download.asp*

..../PROB/HT04031.TEX

!!!!! Bom Trabalho !!!!!