Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Faculdade de Estatística (FAEST)

Disciplina: Cálculo das Probabilidades II / 2014-Período 4 **Prova n^o: 2**
Professor: Prof. Dr. Héliton Tavares, Prof. Dr. Paulo Cerqueira
Nome: ______________________________ **Matrícula:** ____________

************************************ **Atenção:** **

i) Selecione 5 questões fazendo um **CÍRCULO** nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos.
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento.

iii) A prova é estritamente individual, sem consulta a materiais, sem uso de celular.

****

1) Para cada uma das distribuições abaixo, informe: (*i*) se é discreta ou contínua, (*ii*) valores que ela assume, (*iii*) função de probabilidade (fp) ou função densidade de probabilidade e (*iv*) $E(X)$ e $Var(X)$.
a) Binomial (n,p) b) Poisson(λ) c) Geométrica(p) d) Uniforme(a, b)
e) Exponencial(λ) f) Normal(μ, σ^2) g) Qui-Quadrado (n) h) $Gamma(\alpha, \beta)$
..../PROB/CP1G.TEX

2) Suponha que a variável aleatória (X, Y) tenha $f.d.p$ conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} 4e^{-(2x+2y)} & x > 0, y > 0 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

a) Calcule $P(0 < X < 2, \quad 0 < Y < 3)$
b) Desenhe a região $B = \{X > 2Y\} = \{(x, y) : x > 2y\}$
c) Calcule $P(X > 2Y)$

..../PROB/CP06017.TEX

3) Sejam X e Y v.a. independentes com distribuição Exponencial de parâmetro comum λ. Obtenha a função de probabilidade de $Z = 4X + Y$.
..../PROB/CP504C.TEX

4) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2, respectivamente.
a) Mostre que a v.a. $M = min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.
b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.
..../PROB/CP13.TEX

5) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições Poisson(λ_1) e Poisson(λ_2), respectivamente.

a) Determinar a distribuição de $Z = X + Y$.
b) Determinar a distribuição condicional de X dado que $Z = n$.

..../PROB/CP07007.TEX

6) Sejam $X \sim N(0, 1)$ e $Y \sim N(0, 1)$, independentes, qual a distribuição de $Z = 3(X + 2Y)$?
..../PROB/CP07006C.TEX

7) Seja X uma v.a. com distribuição $U(0, 1)$. Mostre, usando o **Método do Jacobiano**, que:
a) $Y = (b - a)X + a$ tem distribuição $U(a, b)$.
b) $Y = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - X)$ tem distribuição $Exp(\lambda)$

Obs: Método do Jacobiano: $f_Y(y) = f_X(x) \left|\frac{dx}{dy}\right|$
..../PROB/CP05001C.TEX

8) Seja X uma v.a. com Função de Distribuição (FD) F_X. Considere $Y = f(X)$ e determine a FD F_Y das v.a.'s

(a) $-X$, (b) $|X|$, c) X^2 e d) $\sqrt{X}$

..../PROB/CP228.TEX

9) Seja $X \sim Gama(r, \alpha)$ e $Y = 2\alpha X$. Mostre que $Y \sim \chi^2_{2r}$,

..../PROB/CP74B.TEX

10) Sejam X e Y v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$. Considere as seguintes v.a.'s: $W = X + Y$ e $Z = X - Y$. Mostre que a v.a. bidimensional contínua (W, Z) é uniformemente distribuída sobre o quadrado cujos vértices são (0,0), (1,1), (2,0) e (1, -1).

..../PROB/CP33.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!