Universidade Federal do Pará (UFPA)
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Faculdade de Estatística (FAEST)

Disciplina: Cálculo das Probabilidades II / 2013-P4 **Prova n^o: 4**
Professor: Prof. Dr. Héliton Ribeiro Tavares, Prof. Dr. Paulo Cerqueira
Assistente: Erick Amorim

Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

********************************** **Atenção:** **

i) Selecione 5 questões fazendo um **CÍRCULO** nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

****

1) Para cada uma das distribuições abaixo, informe: (i) se é discreta ou contínua, (ii) valores que ela assume, (iii) função de probabilidade (fp) ou função densidade de probabilidade e (iv) $E(X)$ e $Var(X)$.

a) Binomial (n,p) b) Poisson(λ) c)Geométrica(p) d) Uniforme(a, b)
e) Exponencial(λ) f) Normal(μ, σ^2) g) Qui-Quadrado (n) h) $Gamma(\alpha, \beta$)

..../PROB/CP1G.TEX

2) Uma variável aleatória X segue uma distribuição uniforme no intervalo [0,1]. A distribuição condicional $Y|(X = x)$ segue uma distribuição binomial com parâmetros $n = 5$ e $p = x$. Obtenha o valor esperado e a variância de Y.

..../PROB/TSE2007Q36.TEX

3) Sejam X_1, X_2, X_3 variáveis aleatórias independentes, todas com média 100 e variância 100. Obtenha o valor esperado e a variância de $Z = (X_1 - 2X_2 + X_3)/4$.

..../PROB/IBGE2010Q29.TEX

4) Sejam X e Y duas variáveis aleatórias independentes, correspondendo às medições realizadas por dois diferentes operadores. Essas variáveis aleatórias possuem a mesma média , mas as variâncias são diferentes, σ^2_X e σ^2_Y, respectivamente. Deseja-se calcular uma média ponderada dessas duas medições, ou seja, $Z = kX + (1 - k)Y$. Qual o valor de k que torna mínima a variância de Z?

..../PROB/IBGE2010Q34.TEX

5) Sejam X e Y v.a. independentes com distribuição Exponencial de parâmetro comum λ. Obtenha a função de probabilidade de $Z = 2X + Y$.

..../PROB/CP504.TEX

6) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2, respectivamente.

a) Mostre que a v.a. $M = min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.

b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..../PROB/cp13.TEX

7) Sejam X e Y a duração da vida de dois dispositivos eletrônicos. Suponha-se que sua f.d.p conjunta seja dada pela função abaixo. Verifique se $X e\ Y$ são independentes.

$$f(x, y) = \frac{1}{2}e^{-(2x+y)} \quad ; \ x \geq 0, \ y \geq 0.$$

..../PROB/cp07002.TEX

8) Sejam $X \sim Poisson(\lambda)$ e $Y|(X = x) \sim Bin(x, p)$. Mostre que,

a) A distribuição de Y é $Poisson(\lambda p)$.

b) A distribuição condicional de $X|(Y = y)$ é $\mathcal{P}oisson(\lambda(1 - p))$.

..../PROB/cp07008.TEX

9) Determine a distribuição da Variável $Z = min(X, Y)$ quando X e Y são v.a. independentes, ambas com distribuição Geométrica de parâmetro p.

..../PROB/QUES8.TEX

10) Suponha que a variável aleatória (X, Y) tenha $f.d.p$ conjunta dada por:

$$f(x,y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)} & x > 0, y > 0 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

a) Calcule $P(0 < X < 1, \quad 1 < Y < 2)$

b) Desenhe a região $B = \{X > 2Y\} = \{(x, y) : x > 2y\}$

c) Calcule $P(X > 2Y)$

..../PROB/CP06017.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!