



Disciplina: Cálculo das Probabilidades II / 2013-P4 Prova n^o: 2
 Professor: Prof. Dr. Héilton Ribeiro Tavares, Prof. Dr. Paulo Cerqueira
 Assistente: Erick Amorim

Nome: _____ Matrícula: _____

***** Atenção: *****

i) Selecione 5 questões fazendo um **CÍRCULO** nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual e sem consulta.

iv) Na aula seguinte à Prova, as questões são rerepresentadas e um aluno será sorteado para resolvê-la **INTEGRALMENTE**. Caso consiga, ganha 1 ponto adicional. Caso contrário, outro aluno será sorteado, até o limite de 3 alunos em cada questão.

1) Sejam X e Y v.a. independentes com distribuição Exponencial de parâmetro comum λ . Obtenha a função de probabilidade de $Z = 2X + Y$.

...../PROB/CP504.TEX

2) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2 , respectivamente.

a) Mostre que a v.a. $M = \min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.

b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..... /PROB/cp13.TEX

3) Sejam X e Y v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, com $\theta \in \mathbb{R}$. Obtenha a densidade da v.a. $Z = X - Y$ e verifique que ela não depende de θ .

..... /PROB/cp43.TEX

4) Suponha que a variável aleatória (X, Y) tenha *f.d.p* conjunta dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3} & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

a) Verifique que integra 1

b) Desenhe a região $B = \{X + Y \geq 1\}$

c) Calcule $P(X + Y \geq 1)$

...../PROB/cp05031.TEX

5) Dois característicos do desempenho do motor de um foguete são o empuxo X e a taxa de mistura Y . Suponha que (X, Y) seja uma variável aleatória com *f.d.p* conjunta dada por:

$$f(x, y) = 2(x + y - 2xy), \quad 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq 1$$

Encontrar as *f.d.p*'s marginais de X e Y .

...../PROB/cp05032.TEX

6) A tabela a seguir dá a distribuição de probabilidade conjunta de (X, Y) , referente ao número de peças produzidas por duas linhas de produção.

| Y \ X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Total |
|-------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 0 | 0 | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,07 | 0,09 | 0,25 |
| 1 | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,08 | 0,26 |
| 2 | 0,01 | 0,03 | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,06 | 0,25 |
| 3 | 0,01 | 0,02 | 0,04 | 0,06 | 0,06 | 0,05 | 0,24 |
| Total | 0,03 | 0,08 | 0,16 | 0,21 | 0,24 | 0,28 | 1,00 |

Encontre a distribuição de probabilidade das seguintes v.a.'s:

$U = \text{mín}(X, Y) =$ menor n° de peças produzidas pelas duas linhas.

$V = \text{máx}(X, Y) =$ maior n° de peças produziadas pelas duas linhas.

$W = X + Y =$ n° total de peças produzidas pelas duas linhas.

...../PROB/cp07003.TEX

- 7) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições $\text{Bin}(n_1, p)$ e $\text{Bin}(n_2, p)$, respectivamente. Determinar a distribuição de $Z = X + Y$.

...../PROB/cp07004.TEX

- 8) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições $\text{Poisson}(\lambda_1)$ e $\text{Poisson}(\lambda_2)$, respectivamente.

a) Determinar a distribuição de $Z = X + Y$.

b) Determinar a distribuição condicional de X dado que $Z = X + Y = n$.

...../PROB/cp07007.TEX

- 9) Sejam $X \sim N(0, 1)$ e $Y \sim N(0, 1)$, independentes, qual a distribuição de $Z = X + Y$?

...../PROB/cp07006.TEX

- 10) Considere a f_{dp} a seguir:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)} & x > 0, y > 0 \\ 0, & c.c. \end{cases}$$

a) Obtenha a Função de Distribuição Conjunta de (X, Y)

b) Derive-a de forma a obter a densidade novamente.

...../PROB/CP06020.TEX

!!!! Boa prova !!!!