



Disciplina: Cálculo de Probabilidade II
 Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Prova n^o: 3

Nome: _____

Matrícula: _____

***** **Atenção:** *****

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A Prova é individual e sem consulta.

- 1) Seja (X, Y) uma v.a. bidimensional com distribuição conjunta dada na tabela abaixo. Obtenha o coeficiente de correlação entre X e Y .

	X	-1	0	1	Total
Y					
1		0,3	0,1	0,1	0,5
2		0,1	0	0,2	0,3
3		0,1	0,1	0	0,2
Total		0,5	0,2	0,3	1,0

..... ques12.tex

- 2) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2 , respectivamente.

a) Mostre que a v.a. $M = \min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.

b) Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..... cp13.tex

- 3) Sejam X e Y v.a. independentes com distribuição Geométrica de parâmetro comum p . Obtenha a função de probabilidade de $Z = X - Y$.

..... CP503.TEX

- 4) Seja (X, Y) uma v.a. bidimensional com a seguinte f.d.p. conjunta:

$$f(x, y) = e^{-2(x+y)} \quad x > 0, \quad y > 0$$

Obtenha a f.d.p. da v.a. $Z = \frac{X+Y}{4}$.

..... ques22.tex

- 5) Seja (X, Y) uma v.a. bidimensional com a seguinte f.d.p. conjunta:

$$f(x, y) = Cx \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < x^2$$

Calcule $E(Y|X)$ e $Var(Y|X)$.

..... cp35.tex

- 6) Seja $X \sim t_{25}$, encontre o valor de "a" tal que

(a) $P(X \leq a) = 0,975$, (b) $P(X > a) = 0,10$, (c) $P(|X| \leq a) = 0,90$

..... cp57.tex

- 7) Admita que um inseto ponha ovos segundo uma distribuição de Poisson de parâmetro 10 e que a probabilidade de que um ovo dê origem a um novo inseto seja 0,4. Admitimos que os ovos produzam novos insetos de maneira independente, encontre o número esperado de novos insetos gerados pelo inseto.

..... cp303.tex

- 8) Um saco de açúcar de peso especificado 1Kg é fabricado. Admita-se que o comprimento real X (gramas) seja uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre $[920, 1080]$. Suponha-se os pacotes são categorizados em três tipos. $A_1 = [920, 970]$ (Abaixo do aceitável), $A_2 = [970, 1030]$ (Aceitável) e $A_3 = [1030, 1080]$ (Acima do desejável). São retirados 12 pacotes para a amostra. Obtenha a probabilidade de termos 4 pacotes de cada tipo.

..... cp304.tex

9) Seja X uma v.a. qualquer e $M_X(t)$ a função dada por $M_X(t) = E(e^{tX})$, $t \in \mathbb{R}$.
a) Obtenha a primeira e a segunda derivadas da função $M_X(t)$ com relação a t (pode trocar a ordem da derivada e da Esperança).

b) Avalie as derivadas em obtidas no ponto $t = 0$ (ou seja, $\left. \frac{dM(t)}{dt} \right|_{t=0}$ e $\left. \frac{d^2M(t)}{dt^2} \right|_{t=0}$)

c) Considere que $X \sim \text{Bernoulli}(p)$. Use (b) para obter $E(X)$ e $\text{Var}(X)$.

.....

cp301.tex

10) Um sistema complexo é constituído de 100 componentes que funcionam independentemente. A probabilidade de que qualquer um dos componentes venha a falhar durante o período de operação é igual a 0,10. A fim de que o sistema completo funcione, pelo menos 85 dos componentes devem funcionar perfeitamente.

a) Informe a distribuição da v.a. X a ser considerada e calcule a probabilidade de que o sistema não falhe.

b) Use a aproximação: $P(X \geq x) = P(Z > (x - \mu)/\sigma)$, onde $Z \sim N(0, 1)$, com μ e σ sendo a média e o desvio-padrão de X e compare com o resultado anterior.

.....

cp302.tex

!!!! Boa prova !!!!