



Disciplina: Cálculo de Probabilidade II
 Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Prova n^o: 2

Nome: _____

Matrícula: _____

***** **Atenção:** *****

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A Prova é individual e sem consulta.

- 1) Uma urna contém duas bolas numeradas, 1 e 2. Uma bola é retirada ao acaso da urna. Em seguida, uma moeda honesta é lançada tantas vezes quanto o número mostrado na bola selecionada. Sejam X o n^o de caras obtido e Y o n^o da bola selecionada.
- Obtenha a distribuição conjunta de (X, Y) ;
 - Calcule a $P(X \leq 1, Y > 1)$;
 - Calcule a $P(X \leq 1 | Y = 1)$;

..... ques2.tex

- 2) Seja (X, Y) uma v.a. bidimensional com a seguinte f.d.p. conjunta:

$$f(x, y) = 2, \quad 0 < x < y, \quad 0 < y < 1$$

- Obtenha a f.d.p. condicional de X , dado $Y = y$;
- Obtenha a f.d.p. condicional de Y , dado $X = x$;

..... ques4.tex

- 3) Admita que X e Y representem a duração da vida de duas lâmpadas fabricadas por processos diferentes. Suponha-se que X e Y sejam variáveis aleatórias independentes, com fdp dadas por $f(x) = e^{-x}I_{(0,\infty)}(x)$ e $g(y) = 2e^{-2y}I_{(0,\infty)}(y)$. Obtenha a fdp da variável aleatória X/Y ,

..... CP501.TEX

- 4) Sejam X_1 e X_2 v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros α_1 e α_2 , respectivamente.

- Mostre que a v.a. $M = \min(X_1, X_2)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2$.
- Calcule $P(X_1 \leq X_2)$.

..... cp13.tex

- 5) Sejam X e Y v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo $(0, 1)$. Considere as seguintes v.a.'s: $W = X + Y$ e $Z = X - Y$. Mostre que a v.a. bidimensional contínua (W, Z) é uniformemente distribuída sobre o quadrado cujos vértices são $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 0)$ e $(1, -1)$.

..... cp33.tex

- 6) Sejam X e Y v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, com $\theta \in \mathbb{R}$. Obtenha a densidade da v.a. $Z = X - Y$ e verifique que ela não depende de θ

..... cp43.tex

- 7) Sejam X e Y v.a.'s independentes com as seguinte f.d.p.'s:

$$g(x) = \frac{8}{x^3}, \quad x > 2 \qquad h(y) = 2y, \quad 0 < y < 1.$$

- Obtenha a f.d.p. da v.a $Z = XY$.
- Obtenha a $E(Z)$.

..... cp53.tex

- 8) Sejam X e Y v.a. independentes com distribuição de parâmetro comum λ . Obtenha a função de probabilidade de $Z = X + Y$.

..... CP502.TEX

!!!! Boa prova !!!!