



**Universidade Federal do Pará**  
**Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)**  
**Faculdade de Estatística (FAEST)**

**Disciplina: Cálculo das Probabilidades II**  
**Professor: Héilton Ribeiro Tavares**

**Prova n<sup>o</sup>: 4 (sub)**

**Nome:** \_\_\_\_\_ **Matrícula:** \_\_\_\_\_

\*\*\*\*\* **Atenção:** \*\*\*\*\*

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos  
**1 2 3 4 5 6 7 8 9 10**

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento  
 iii) A prova é estritamente individual  
 \*\*\*\*\*

1) Sejam  $X$  e  $Y$  v.a.'s independentes com as seguinte f.d.p.'s:

$$g(x) = \frac{8}{x^3}, \quad x > 2 \quad \text{e} \quad h(y) = 2y, \quad 0 < y < 1.$$

- a) Obtenha a f.d.p. da v.a  $Z = XY$ .
- b) Obtenha a  $E(Z)$ .

..... ./CP/CP53.TEX

2) Suponha que  $X$  tenha f.d.p. dada por  $f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$ ,  $-\infty < x < \infty$ .

- a) Obtenha a f.g.m. da v.a.  $X$ ;
- b) Usando a f.g.m., calcule  $E(X)$  e  $Var(X)$ .

..... ./CP/CP44.TEX

3) Considere  $X_1$  e  $X_2$  independentes com distribuição  $Exp(\alpha)$ .

- a) Mostre que a v.a.  $S = X_1 + X_2$  tem distribuição Gama(2,  $\alpha$ ).
- b) Obtenha a densidade da v.a.  $Z = Y/X$ .
- c) Qual a distribuição da v.a.  $Z = \frac{X}{X+Y}$  ?

..... ./CP/CP23.TEX

4) Sejam  $X \sim N(0, 1)$  e  $Y \sim N(0, 1)$  independentes. Mostre que  $Z = X + Y$  e  $W = X - Y$  são  $N(0, 2)$  independentes (**Método do Jacobiano**).

...../CP/CP06012A.TEX

5) Sendo  $X \sim t_{21}$ , obtenha:

- a)  $P(X \leq 1, 71)$
- b)  $P(X > 0, 68)$
- c)  $P(X > -1, 32)$
- d)  $P(1, 32 < X < 2, 49)$
- e)  $P(-0, 68 \leq X \leq 1, 32)$

..... ./CP/CP55.TEX

6) Sejam  $X_i \sim \chi_{n_i}^2$ ,  $i = 1, \dots, k$ , v.a.'s independentes. Usando a f.g.m., obtenha a distribuição da v.a.  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_k$ .

..... ./CP/CP64.TEX

7) Sejam  $X_i \sim Exp(\alpha)$ ,  $i = 1, \dots, r$ , v.a.'s independentes. Usando a f.g.m., mostre que

- a)  $S \sim Gama(r, \alpha)$ , com  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_r$ ;
- b)  $W \sim \chi_{2r}^2$ , com  $W = 2\alpha S$ .

..... ./CP/CP74.TEX

8) Suponha que a v.a. bidimensional contínua  $(X, Y)$  seja uniformemente distribuída sobre a região  $R = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0\}$ . Calcule  $\rho_{XY}$ .

..... ./CP/CP83.TEX

9) Suponha que  $X$  e  $Y$  são duas v.a.'s tais que  $\rho_{XY} = 1/2$ ,  $Var(X) = 1$  e  $Var(Y) = 2$ . Obtenha  $Var(X - 2Y)$ .

...../CP/CP113.TEX

10) Sejam  $X_k \sim \chi_{2k}^2$ ,  $k=1,2,3,4$  v.a.'s independentes.

a) Encontre  $k$  tal que a distribuição da v.a.  $W = k \left( \frac{X_2 + X_3 + X_4}{X_1} \right)$  seja  $F$ -Snedecor, e informe o grau de liberdade.

b) Encontre  $w$  tal que  $P[W \leq w] = 0,975$

...../CP/CP10003B.TEX

**!!!! Boa prova !!!!**