Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais (ICEN)
Faculdade de Estatística (FAEST)

Disciplina: Cálculo das Probabilidades II **Prova n^o: 3**
Professor: Héliton Ribeiro Tavares

Nome: ______________________________ **Matrícula:** ______________

*********************************** **Atenção:** ***************************************
i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento
iii) A prova é estritamente individual
****

1) Demonstre que se ρ_{XY} é o coeficiente de correlação entre X e Y, então $-1 \leq \rho_{XY} \leq 1$.

..../CP/CP09001A.TEX

2) Uma Empresa produz barras de comprimento especificado, mas com certa aleatoriedade no comprimento. Admita-se que o comprimento real X (polegada) seja uma variável aleatória uniformemente distribuída sobre [9,12]. Suponha-se que somente interesse saber se um dos três eventos (tipos) seguinte terá ocorrido: $A_1 = \{X < 9,5\}$, $A_2 = \{9,5 \leq X \leq 11,5\}$ e $A_3 = \{X > 11,5\}$. Determine a probabilidade de que entre 10 barras produzidas tenhamos duas do Tipo 1, duas do Tipo 3 e as demais do Tipo 2.

..../CP/CP10001A.TEX

3) Sejam $X \sim N(0,9)$ e $Y = \chi^2_{25}$ v.a's independentes. Encontre a k tal que a distribuição da v.a $U = k\frac{X}{\sqrt{Y}}$ seja t-Student com 25 graus de liberdade.

..../CP/CP10002A.TEX

4) Sejam $X_k \sim \chi^2_k$, k=1,2,3,4 v.a's independentes.
   a) Obtenha a distribuição da v.a $W = \frac{X_2+X_3+X_4}{9X_1}$
   b) Encontre w tal que $P[W \leq w] = 0,975$

..../CP/CP10003A.TEX

5) Suponha que a duração da vida de uma peça seja exponencialmente distribuída, com média 3. Suponha que 10 dessas peças sejam instaladas sucessivamente, de modo que a i-ésima peça seja instalada imediatamente depois que a ordem $(i-1)$ tenha falhado. Seja T_i a duração até falhar da i-ésima peça, $i = 1, 2, \ldots, 10$, sempre medida a partir do instante de instalação. Portanto, $S_{10} = T_1 + \ldots + T_{10}$ representa o tempo total de funcionamento das 10 peças. Admitindo que os T_i sejam independentes, calcule $P(S_{10} \geq 20)$.

..../CP/CP11001A.TEX

6) Suponha que X_i, $i = 1, 2, \cdots, n$ sejam observações (v.a's) independentes, cada uma delas tendo distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 0,05$. Faça $S = X_1 + \cdots + X_n$. Use $n = 30$.
   a) Empregando o Teorema Central do Limite, calcule $P(S \geq 4)$.
   b) Compare a resposta de (a) com o valor exato dessa probabilidade.

..../CP/CP12001A.TEX

7) Um sistema complexo é constituído de n componentes que funcionam independentemente. A probabilidade de que qualquer um dos componentes venha a falhar durante o período de operação é igual a r. A fim de que o sistema completo funcione, pelo menos 95 dos componentes devem funcionar perfeitamente. Usando $n = 100$ e $r = 0,15$, calcule a probabilidade de que isso aconteça.

..../CP/CP12002A.TEX

8) Suponha que o sistema do Exercício 7 seja constituído de n componentes cada um deles tendo uma confiabilidade de 0,85. O sistema funcionará se ao menos 80 por cento dos componentes funcionarem adequadamente. Determine n de maneira que o sistema tenha uma confiabilidade de 0,95.

..../CP/CP12003A.TEX

9) Seja $X \sim B(10; 0,4)$. Obter $P(X \geq 6)$ e $P(X < 4)$ utilizando a correção de continuidade.

..../CP/CP12004A.TEX

10) Suponha que a proporção de fumantes de uma população seja p, desconhecida. Queremos determinar p com um erro de, no máximo, $0,03$. Qual deve ser o tamanho da amostra n a ser escolhida com reposição, se $\gamma = 0,90$?

..../CP/CP12005A.TEX

!!!!! Boa prova !!!!!