



Disciplina: Cálculo das Probabilidades II
 Professor: Héilton Ribeiro Tavares

Prova n^o: 2 (v2)

Nome: _____ Matrícula: _____

***** Atenção: *****

i) Selecione 5 questões fazendo um círculo nos números abaixo. Cada questão vale 2 pontos

1 2 3 4 5 6 7 8

ii) Descreva detalhadamente cada passo do desenvolvimento

iii) A prova é estritamente individual

- 1) Retiram-se duas cartas de um baralho. Sejam $X = n^o$ de azes obtidos e $Y = n^o$ de damas obtidas. A distribuição conjunta é dada pela tabela abaixo. Obtenha,
- Distribuição Marginal de X e de Y .
 - Distribuição Condicional de X , dado $Y = 2$.

Y/X	0	1	2
0	0,714	0,133	0,004
1	0,133	0,012	0
2	0,004	0	0

..... CP03010C.TEX

- 2) Sejam X e Y v.a.'s independentes, ambas com distribuição uniforme no intervalo $(\theta - \frac{1}{2}, \theta + \frac{1}{2})$, com $\theta \in \mathbb{R}$. Obtenha a densidade da v.a. $Z = X - Y$ e verifique que ela não depende de θ .

..... CP43.TEX

- 3) Sejam X e Y v.a.'s independentes com as seguinte f.d.p.'s:

$$g(x) = \frac{8}{x^3}, \quad x > 2 \quad \text{e} \quad h(y) = 2y, \quad 0 < y < 1.$$

- Obtenha a f.d.p. da v.a $Z = XY$.
- Obtenha a $E(Z)$.

..... CP53.TEX

- 4) Sejam $X \sim N(0, 1)$ e $Y \sim N(0, 1)$ independentes. Mostre que $Z = X + Y$ e $W = X - Y$ são $N(0, 2)$ independentes (**Método do Jacobiano**).

..... CP06012A.TEX

- 5) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições Poisson(λ_1) e Poisson(λ_2), respectivamente.

- Mostrar que a distribuição de $Z = X + Y$ é Poisson($\lambda_1 + \lambda_2$).
- Mostrar que a distribuição de X , dado que $X + Y = n$ é $Bin(n, \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2})$.

...../CP/CP08001A.TEX

- 6) Sejam X e Y v.a.i. com distribuições Bin(n_1, p) e Bin(n_2, p), respectivamente.

- Mostrar que a distribuição de $Z = X + Y$ é Bin($n_1 + n_2, p$).
- Mostrar que a distribuição de X , dado que $X + Y = m$ é Hipergeométrica. Ou seja,

$$P(X = k | X + Y = m) = \frac{\binom{n}{k} \binom{n}{m-k}}{\binom{2n}{m}}.$$

...../CP/CP08002A.TEX

- 7) Sejam X_1, X_2, \dots, X_n v.a.'s independentes, cada uma tendo distribuição exponencial com parâmetros $\alpha_i, i = 1, \dots, n$.

- Mostre que a v.a. $M = \min(X_1, X_2, \dots, X_n)$ tem distribuição exponencial com parâmetro $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n$.
- Calcule $P(X_1 < X_2)$.

..... CP06015B.TEX

- 8) Considere X_1 e X_2 independentes com distribuição $Exp(\alpha)$.
- a) Mostre que a v.a. $S = X_1 + X_2$ tem distribuição Gama($2, \alpha$).
 - b) Obtenha a densidade da v.a. $Z = Y/X$.
 - c) Qual a distribuição da v.a. $Z = \frac{X}{X+Y}$?
-

CP23.TEX

!!!! Boa prova !!!!