

# Ajuste de modelos de distribuição de probabilidade a séries horárias de velocidade do vento para o município de Ponta Grossa, Estado do Paraná

Maysa de Lima Leite<sup>1\*</sup> e Jorim Sousa das Virgens Filho<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Biologia Geral, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Av. Carlos Cavalcanti, 4748, 84030-900, Ponta Grossa, Paraná, Brasil. <sup>2</sup>Departamento de Matemática e Estatística, Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, Paraná, Brasil. \*Autor para correspondência. E-mail: mleite@uepg.br

**RESUMO.** Os objetivos deste trabalho foram avaliar o ajuste de dados horários de velocidade média do vento para Ponta Grossa, Estado do Paraná, às distribuições de probabilidade de Weibull, Rayleigh, Beta, Gama e Normal e analisar possíveis interferências das condições atmosféricas diurnas e noturnas no ajuste destes modelos. O teste de Kolmogorov-Smirnov foi utilizado para se comparar os ajustes e selecionar as melhores distribuições teóricas dentro de cada uma das 24h do dia em cada mês do ano, referentes ao período de janeiro de 1998 a dezembro de 2007. Os coeficientes de assimetria horários também foram utilizados para se caracterizar as distribuições de frequência. O maior ou menor grau de ajustamento dos dados médios horários de vento aos modelos probabilísticos avaliados foi influenciado pela hora do dia, e, no período noturno, entre zero e 5h, a distribuição de Weibull mostrou-se como a melhor opção de ajuste, seguida pelas distribuições Beta e Gama. No período diurno, os cinco modelos avaliados ajustaram adequadamente os dados médios horários de velocidade do vento, havendo, no entanto, alternância quanto à ordem do melhor ajuste.

**Palavras-chave:** velocidade horária do vento, variação diurna e noturna.

**ABSTRACT.** **Adjustment of models of probability distribution to hourly wind speed series for Ponta Grossa, Paraná State.** The objective of this work was to evaluate the adjustment of data series of hourly wind speed for Ponta Grossa, Paraná State, to the probability distributions of Weibull, Rayleigh, Beta, Gama and Normal and to analyze possible interferences of the day and night atmospheric conditions on the adjustment of these models. The test of Kolmogorov-Smirnov was used to compare the adjustments and to select the best theoretical distributions inside of each one of the twenty-four hours of the day in every month of the year, regarding the period of January of 1998 to December of 2007. The monthly hourly asymmetry coefficients were also used to characterize the distributions. The largest or smaller degree of adjustment of the hourly wind speed data to the appraised models were influenced by the hour of the day, and, in the night period, between zero and five hours, the distribution of Weibull presented the best adjustment, followed by Beta and Gama distributions. In the period of the day, the five appraised models adjusted the hourly wind speed data appropriately, having however, alternation for the order of the best adjustment.

**Keywords:** hourly speed of the wind, variations during the day and night.

## Introdução

O vento é um dos fenômenos mais importantes em nossa atmosfera. Assim como os ventos fortes possuem força destrutiva e perigosa, são também responsáveis por carregar a precipitação para áreas onde ela normalmente não ocorre, levar para longe dos centros urbanos os perigosos nevoeiros e poluição atmosférica, assim como constituir-se em imensa fonte de energia natural, a partir da qual é possível produzir grandes quantidades de energia elétrica.

Para entender tais fenômenos meteorológicos ao longo do tempo, o estudo das distribuições de variáveis, que objetiva determinar seus padrões de ocorrência e permitir previsibilidade razoável do comportamento climático de uma região, tem sido ferramenta de grande valor para o planejamento e a gestão de inúmeras atividades agropecuárias e humanas.

Considerando-se a velocidade do vento uma variável aleatória, torna-se importante, ainda, salientar a ocorrência de sua variabilidade sazonal,

mensal, diária e até mesmo horária nos valores médios estimados dentro de uma série histórica. Essa variação justifica a utilização de análises criteriosas para estimativa dos valores a serem assumidos como constantes para determinada região.

Neste sentido, encontram-se na literatura diversos estudos com modelos probabilísticos propostos para se ajustar dados de distribuições empíricas de velocidade de vento (CAMARGO et al., 1994; MARQUES JÚNIOR et al., 1995; SANSIGOLO, 2005). Entretanto, um erro que pode ocorrer na análise de dados climatológicos desta natureza pode ser consequência do fato de desprezar-se as características da distribuição de probabilidade mais adequada para os dados em estudo. Tal equívoco pode resultar na utilização desnecessária de um modelo mais complexo e trabalhoso, assim como no emprego de um modelo simplificado, porém que resulte em conclusões erradas, se os dados não aderirem a essa distribuição. Tal escolha depende de vários fatores os quais envolvem desde a origem, periodicidade e duração da série de dados, além do tipo de variável e finalidade do modelo em estudo.

O presente trabalho tem por objetivos avaliar o ajuste de dados horários de velocidade média do vento para Ponta Grossa, Estado do Paraná, às distribuições de probabilidade de Weibull, Rayleigh, Beta, Gama e Normal e analisar possíveis interferências das condições atmosféricas diurnas e noturnas no ajuste destes modelos.

## Material e métodos

Foram utilizados dados de velocidade média horária do vento ( $m s^{-1}$ ), obtidos junto ao Instituto Tecnológico Simepar, provenientes da Estação Meteorológica Automática de Ponta Grossa, Estado do Paraná, situada no Parque Estadual de Vila Velha, com coordenadas geográficas de 25°13' de latitude Sul, 50°01' de longitude Oeste e 880 m de altitude. Os dados foram obtidos por meio de sensores anemográficos situados a 10 m acima do nível do solo, e os dados disponíveis de velocidade média horária do vento compreendem uma série de dez anos referente ao período de 1º de janeiro de 1998 a 31 de dezembro de 2007.

Ao contrário do que se verifica nos estudos com dados diários, em que cada dia representa um único valor da série de dados, nesta pesquisa foi avaliado o comportamento da velocidade predominante do vento dentro de cada uma das 24h do dia, em cada mês do ano.

Assim, os dados foram analisados separadamente, em cada hora, em cada dia dos meses de janeiro a

dezembro da série avaliada, sendo ajustados, de forma independente, às cinco distribuições de probabilidade avaliadas, conforme maiores descrições abaixo.

Para um estudo mais detalhado de possíveis comportamentos específicos quanto à aderência dos modelos probabilísticos nos períodos noturno e diurno, dividiram-se as 24h do dia em quatro períodos designados por período 1 (hora 0 – hora 5), período 2 (hora 6 – hora 11), período 3 (hora 12 – hora 17) e período 4 (hora 18 – hora 23).

Nesta pesquisa foram utilizadas as distribuições de probabilidade Weibull, Rayleigh, Beta, Gama e Normal conforme o detalhamento a seguir:

### Distribuição de Weibull

A distribuição de Weibull 2 parâmetros para a velocidade do vento é expressa pela função de densidade de probabilidade:

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (1)$$

em que a função cumulativa de probabilidade dada por:

$$F(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (2)$$

em que:

“c” é o fator de escala em unidades de velocidade do vento, “k”, o fator de forma adimensional e “v”, a variável aleatória velocidade do vento. O fator de forma “k” está inversamente relacionado à variância  $\sigma^2$  das velocidades eólicas em torno da média. Os parâmetros “c” e “k”, conforme discutidos em Justus et al. (1978), podem ser determinados a partir da transformação da equação (2) na forma linear.

$$\ln(-\ln(1 - F(v))) = -k \ln(c) + k \ln(v)$$

que pode ser representada pela reta:

$$Y = a + bX$$

em que:

$$Y = \ln[-\ln(1 - F(v))];$$

$$X = \ln(v);$$

$$a = -k \ln(c) \text{ e}$$

$$b = k.$$

Assim, a determinação dos parâmetros “c” e “k” fica condicionada aos cálculos dos coeficientes a e b da reta. Esses podem ser obtidos pelo método dos mínimos quadrados aplicado ao conjunto de dados

$X = \ln(v)$  e  $Y = \ln[-\ln(1 - F(v))]$  obtidos dos valores de  $v$  e  $F(v)$  que, por sua vez, são determinados a partir das séries observadas da velocidade do vento distribuídas em  $n$  intervalos de classe com suas respectivas frequências.

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N} \tag{8}$$

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^N v_i^2}{N} \tag{9}$$

**Distribuição de Rayleigh**

A expressão matemática da função de densidade de probabilidade de Rayleigh é dada por:

$$f(v) = -\frac{v}{a^2} \exp\left(-\frac{v^2}{2a^2}\right) \tag{3}$$

em que:

$$a = \sqrt{\frac{2}{\pi}} E(v)$$

e  $E(v)$  é a esperança matemática da variável aleatória “ $v$ ” (velocidade do vento).

A função cumulativa de probabilidade Rayleigh é:

$$F(v) = 1 - \exp\left(-\frac{\pi v^2}{4E(v)^2}\right) \tag{4}$$

**Distribuição Beta**

Essa função de densidade de probabilidade pode ser expressa da seguinte forma (FALLS, 1973):

$$F(v) = \frac{1}{(b-a)} \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} \left(\frac{v-a}{b-a}\right)^{p-1} \left(1-\frac{v-a}{b-a}\right)^{q-1} \tag{5}$$

em que:

$a$  e  $b$  correspondem ao menor e maior valor da série de dados, respectivamente,  $\Gamma$  é o símbolo da função Gama das respectivas variáveis,  $p$  e  $q$  são parâmetros da distribuição Beta e  $v$  é um valor qualquer da variável em análise. A estimativa dos parâmetros  $p$  e  $q$  pode ser realizada a partir do método dos momentos (PEARSON, 1934).

$$p = \frac{\mu_1(\mu_1 - \mu_2)}{[\mu_2 - (\mu_1)^2]} \tag{6}$$

$$q = \frac{(1 - \mu_1)(\mu_1 - \mu_2)}{[\mu_2 - (\mu_1)^2]} \tag{7}$$

em que:

$\mu_1$  corresponde ao momento de ordem 1 para a variável  $v$  e  $\mu_2$  ao momento de ordem 2 para a variável  $v$ , dentro de uma série de  $N$  dados. Estes termos podem ser estimados a partir da seguinte análise:

Para a estimativa dos valores de ocorrência de probabilidade, por meio da distribuição Beta, a equação (5) deve ser adimensionalizada para um intervalo compreendido entre  $[0$  e  $1]$ . A variável adimensionalizada  $v'$  toma então a seguinte forma:

$$v' = \frac{v-a}{b-a} \tag{10}$$

sugerindo que a função de densidade de probabilidade Beta assuma a seguinte forma:

$$f(v') = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p)\Gamma(q)} (v')^{p-1} (1-v')^{q-1} \tag{11}$$

em que:

$$0 \leq v' \leq 1, \text{ para } p > 1 \text{ e } q > 1.$$

A integração numérica da equação (11) confere os valores da probabilidade de ocorrência para um valor de  $v$  qualquer dentro do intervalo considerado.

**Distribuição Gama**

A função de densidade de probabilidade Gama é expressa por:

$$f(v) = \frac{v^{\alpha-1} e^{-\frac{v}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \tag{12}$$

em que:

$\alpha$  = parâmetro de forma, estimado pelo método de Greenwood e Durand (1960), dado por:

$$\alpha = \frac{8,898919 + 9,05995 y + 0,9775373 y^2}{y(17,79728 + 11,968477 y + y^2)} \tag{13}$$

para  $0 \leq y \leq 0,5772$ .

Ou

$$\alpha = \frac{0,5000876 + 0,1648852y - 0,0544274y^2}{y} \tag{14}$$

para  $0,5772 < y \leq 17,0$

em que:

$$y = \ln \left( \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i}{\left( \prod_{i=1}^N v_i \right)^{\frac{1}{N}}} \right)$$

$\beta$  = parâmetro de escala estimado a partir de:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N \alpha}$$

$\Gamma(\alpha)$  = Função Gama ordinária de  $\alpha$ .

A função cumulativa de probabilidade é:

$$F(v) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)\beta^\gamma} \int_0^v v^{\gamma-1} e^{-\frac{v}{\beta}} dv \quad (15)$$

### Distribuição Normal

A distribuição Normal é expressa pela seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (16)$$

em que:

$\mu$  representa a média aritmética e  $\sigma$  o desvio-padrão, cujas estimativas de máxima verossimilhança são dadas, respectivamente, por  $\bar{v}$  e  $s$ , que são obtidas por:

$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}{N-1}}$$

Sua função cumulativa de probabilidade é dada por:

$$F(v) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^v e^{-\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}} dv \quad (17)$$

Para a verificação do ajuste horário entre as frequências acumuladas observadas e as estimadas pelos cinco modelos avaliados, utilizou-se o teste de Kolmogorov-Smirnov, a 5% de significância (ASSIS et al., 1996).

A assimetria avalia o grau de deformação de uma curva de frequências. Uma distribuição de frequências é simétrica quando a moda, a mediana e a média da série forem iguais. A distribuição de frequências também pode ser assimétrica positiva e negativa, a primeira possui um lado mais prolongado à direita e ocorre quando a média da série for maior que a moda e a segunda apresenta um lado mais prolongado à esquerda e ocorre quando a média da série for menor que a moda. Variáveis simétricas têm coeficiente de assimetria igual a zero (HINES et al., 2006).

O coeficiente de assimetria (A) utilizado neste estudo foi obtido por meio da fórmula:

$$A = \frac{M_3}{s^3} \times \frac{n}{(n-1)(n-2)} \quad (19)$$

em que:

$M_3$  = terceiro momento centrado na média,  
 $s$  = desvio-padrão da série e  $n$  = tamanho da série.

Sendo  $M_3$ , para dados agrupados, dado por:

$$M_3 = \sum_{i=1}^K f_i (m_i - \bar{x})^3 \quad (20)$$

em que:

$f_i$  = frequência absoluta do intervalo de classe,  
 $m_i$  = ponto médio do intervalo de classe e  $\bar{x}$  = média aritmética para dados agrupados.

### Resultados e discussão

Os resultados do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, em nível de significância de 5%, são apresentados na Tabela 1.

Os mesmos aparecem na ordem do maior para o menor grau de ajuste de cada distribuição de probabilidade, dentro de cada mês e hora, tendo sido adotada a simbologia W=Weibull, B=Beta, G=Gama, R=Rayleigh e N=Normal. A primeira letra aparece em negrito e sublinhada, destacando o melhor ajuste observado, seguida pelo segundo melhor ajuste e assim sucessivamente. Como exemplo, na hora zero do mês de janeiro, a distribuição Beta apresentou o melhor desempenho, seguida pelas distribuições de Weibull e Gama como segunda e terceira opções de ajuste, respectivamente. Neste caso, as distribuições de Rayleigh e Normal não se ajustaram.

É importante ressaltar que o ajuste de uma distribuição teórica a uma distribuição empírica de probabilidade envolve, na sua essência, um procedimento para verificar se a primeira é capaz de representar, da forma mais idêntica possível, a segunda. No caso deste e em vários outros estudos, a qualidade do ajuste pode ser verificada por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov (ASSIS et al., 1996; MORETIN; BUSSAB, 2004).

Entretanto, o que se constata é que a maioria dos trabalhos apresenta somente o melhor ajuste obtido, e em muitos casos dois ou mais modelos se ajustam adequadamente, com diferenças muito pequenas entre si, deixando de ser apresentadas, na maioria das vezes, opções de modelos mais simples, menos trabalhosos e, por vezes, igualmente eficientes.

Uma análise mais aprofundada da Tabela 1 revela tendência para melhores ajustes por algumas das distribuições estudadas conforme o mês e a hora.

Assim como também deixa claro que, para as horas mais frias do dia, alguns modelos se ajustam mais frequentemente, enquanto nas horas mais quentes, praticamente em todos os meses do ano, a maioria dos modelos se ajusta para todas as horas, havendo, no entanto, alternância quanto à ordem do melhor ajuste. Para um estudo mais detalhado desta

tendência, dividiram-se as 24h do dia em quatro períodos designados por período 1 (hora 0 – hora 5), período 2 (hora 6 – hora 11), período 3 (hora 12 – hora 17) e período 4 (hora 18 – hora 23), conforme pode ser visualizado na Tabela 2, e os períodos 1 e 4 compreendem o período noturno e os períodos 2 e 3, o diurno.

**Tabela 1.** Resultados dos ajustes dos modelos probabilísticos, por meio do teste de Kolmogorov-Smirnov em nível de significância de 5%, aplicados aos dados médios horários de velocidade do vento.

Hora/Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
0	WBG	WBG	WBG	WBG	WGB	WB	WB	WBG	WBGNR	WBG	BGNR	BGW
1	WBG	WBG	WGB	BWG	WGB	BWG	BWG	BW	BWGN	WBG	BGWR	BGW
2	WBG	WBG	WBG	WGB	WBG	WG	WB	BW	WBG	WBG	WBG	WBG
3	WBG	WBG	G	BGW	WB	WBG	BW	WBG	WBG	WBG	WBG	WBG
4	WBGR	GBW	GBW	WBG	WBG	WB	WGB	WBG	WGB	WGBR	BWG	GBWN
5	GBW	BWGR	GBR	WBG	WG	WG	WBG	WBG	WGBR	WBGR	BWG	WGBR
6	GB	BWG	BWRG	GBR	WB	WB	WB	WBG	WBG	WBG	BGRWN	BGWR
7	GBWR	BWN	WB	WB	WB	WB	WB	WG	WBG	WBG	GBRW	WBG
8	GBWRN	BWGR	WBNR	WB	WBG	WB	WB	WB	WBGNR	BWGRN	BGWRN	BGWRN
9	RBGWN	BWG	BRGWN	GWNRB	BWG	BW	BW	WBG	GBWR	BGWRN	RBGWN	BGWRN
10	BGRWN	GBRWN	WRGBN	GRBW	RBGWN	BWG	BWGN	BGW	BWGRN	RBGWN	GRBWN	BRWGN
11	RBGWN	RBGWN	GBRWN	GBRW	GBWR	BWRGN	BGWN	BGWRN	GRWBN	RBGWN	RBGWN	RBGWN
12	NBRW	GRWBN	RBGNW	BRGNW	GRBW	RWBGN	GRWB	WBGR	RBGNW	RBGWN	RBGWN	GRBWN
13	BRGWN	RGBN	GBRWN	GBRWN	WBGRN	GBRWN	GRWBN	BGWRN	GRWB	RNBGW	BGRWN	WBR
14	RBGWN	BRWGN	BRWGN	GBR	RBGWN	GWRB	GBRWN	GRWB	GBRW	RBWGN	RBGWN	GBRW
15	BGRW	GBRWN	GWRBN	GRWBN	WRGBN	RBGWN	RGWBN	GRB	BGRNW	GRWBN	RGWBN	GBRWN
16	BRGWN	GBRWN	GRWB	BGRWN	RBWGN	GBRWN	GBRW	GRBNW	RBGWN	GRBWN	GRBWN	GBRWN
17	RBGWN	GRBN	BGRWN	GBRWN	GBRN	GRBN	RBGN	GBRW	RBGWN	RBGWN	GRBWN	GRBN
18	GR	GBRWN	GRBN	GBRN	BGR	GBRW	GBR	BWRG	GRWB	GRWB	RBGWN	BGR
19	GBR	GBRWN	WBRNG	BGRWN	BGRWN	WBGR	BWGNR	WBGNR	GBRW	GRBN	RWBGN	BWGR
20	WBGRN	GBWR	B	BWGR	BWRG	BWG	BWGR	BWN	BGNW	BGWRN	BWGNR	WBG
21	GBWR	WGBRN	WBGR	WGBN	WBG	WBG	WBG	BWN	BGWN	BWNG	BWGN	BGW
22	WBGRN	BWGN	BGW	BWG	WBG	WBG	WBG	BWGN	BWGN	BNGW	BWGNR	WBG
23	WBGR	WBG	WBG	BG	WBG	WBG	BWG	BGW	BWGN	BGWN	BGWN	BGW

**Tabela 2.** Totais absolutos e relativos, mensais e gerais, de aderências aos modelos probabilísticos avaliados, conforme os períodos pré-definidos.

Período 1: Hora 0 - Hora 5														
Distrib./Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Total Abs.	Total Rel.
W	6	6	4	6	6	6	6	6	6	6	5	6	69	0,32
B	6	6	5	6	5	4	6	6	6	6	6	6	68	0,31
G	6	6	6	6	5	4	3	4	6	6	6	6	64	0,29
R	1	1	1	0	0	0	0	0	2	2	2	1	10	0,05
N	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	1	7	0,03
Total	19	19	16	18	16	14	15	16	23	22	20	20	218	
Período 2: Hora 6 - Hora 11														
Distrib./Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Total Abs.	Total Rel.
W	5	6	6	5	6	6	6	6	6	6	6	6	70	0,26
B	6	6	6	6	6	6	6	5	6	6	6	6	71	0,26
G	6	5	4	4	4	2	2	5	6	6	6	6	56	0,20
R	5	3	5	4	2	1	1	1	4	5	6	5	42	0,15
N	4	3	4	1	1	1	1	1	4	5	5	5	35	0,13
Total	26	23	25	20	19	16	16	18	26	28	29	28	274	
Período 3: Hora 12 - Hora 17														
Distrib./Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Total Abs.	Total Rel.
W	6	4	6	5	5	5	5	5	6	6	6	5	64	0,19
B	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	72	0,21
G	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	71	0,21
R	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	72	0,21
N	5	6	5	5	5	5	4	2	4	6	6	4	57	0,17
Total	28	28	29	28	28	28	27	25	28	30	30	27	336	
Período 4: Hora 18 - Hora 23														
Distrib./Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Total Abs.	Total Rel.
W	4	6	4	4	5	6	5	6	6	5	6	5	62	0,23
B	5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	71	0,26
G	6	6	5	6	6	6	6	4	6	6	6	6	69	0,25
R	6	4	3	3	3	2	3	2	2	3	4	2	37	0,14
N	2	4	2	3	1	0	2	4	4	5	6	2	35	0,13
Total	23	26	20	22	21	20	22	22	24	25	28	21	274	

No período 1, correspondente àquele de resfriamento mais intenso, detectou-se pequena superioridade do desempenho da distribuição de Weibull (32%), em relação às distribuições Beta (31%) e Gama (29%), respectivamente. Neste período, a aderência da Rayleigh (5%) e Normal (3%) é muito baixa.

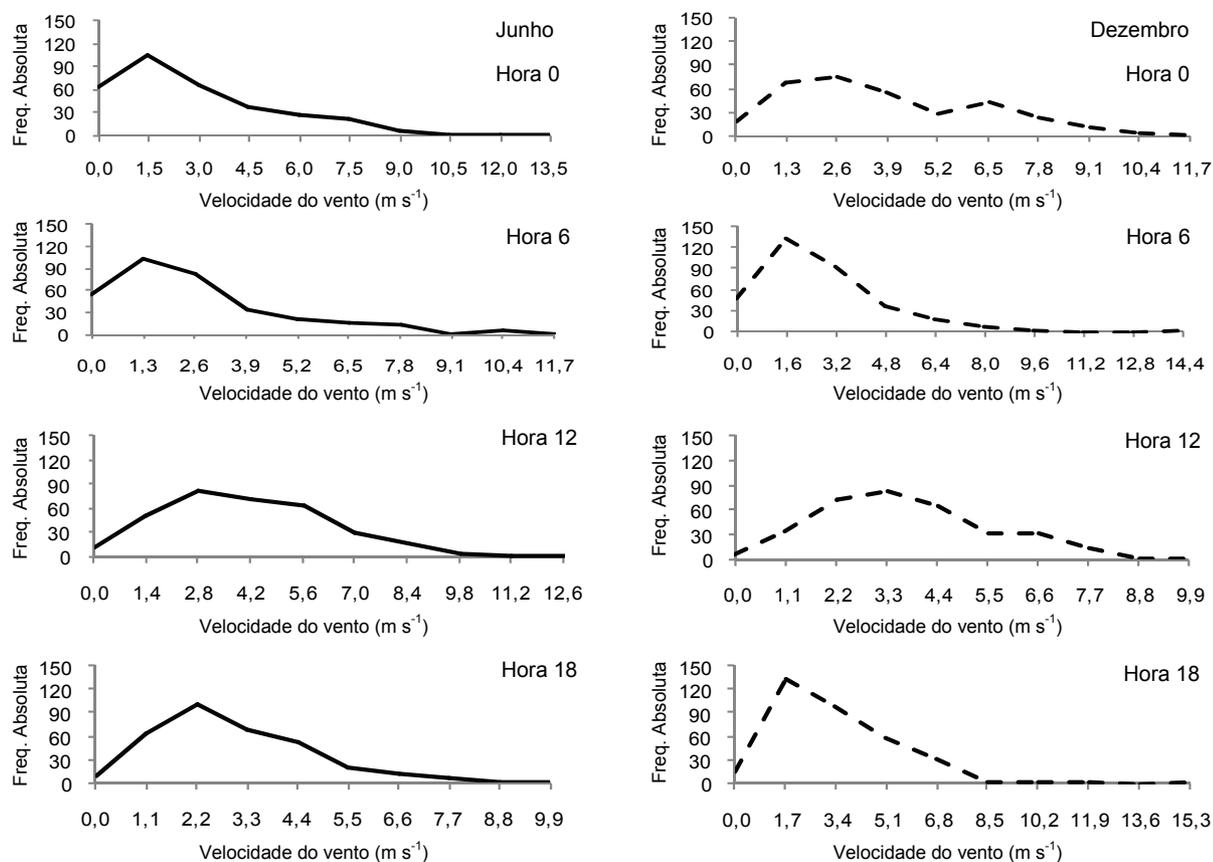
A partir do período 2, com o nascer do sol e a elevação deste acima do horizonte, percebe-se nitidamente aumento quanto às possibilidades de ajustes pelos modelos probabilísticos avaliados (Tabelas 1 e 2). Neste período há equivalência entre a distribuição Weibull (26%) e Beta (26%), seguidas pela Gama (20%), Rayleigh (15%) e Normal (13%), respectivamente.

No período 3, entre as horas 12 e 17, a aderência pela Normal e Rayleigh aumenta ainda mais, havendo ligeiro deslocamento da curva, proveniente da distribuição de frequências para a direita, como consequência do aumento da frequência nas classes mais intermediárias (Figura 1). Sob balanço positivo de radiação, a velocidade do vento cresce acompanhando os valores do balanço, ambos alcançando valores máximos simultaneamente (TUBELIS; NASCIMENTO, 1986). Neste período é observado o maior número absoluto de aderências

e os cinco modelos têm comportamento bastante satisfatório, e as distribuições Beta, Gama e Rayleigh se igualam quanto ao percentual de ajuste (21%), seguidas pelas distribuições de Weibull (19%) e Normal (17%) (Tabela 2).

Neste período se torna mais evidente a possibilidade de emprego dos cinco modelos avaliados, sendo possível inferir que, entre as cinco distribuições testadas, os parâmetros de qualquer uma delas poderiam ser utilizados para se representar o comportamento da velocidade média horária do vento. Porém, a obtenção da estimativa dos parâmetros dessas distribuições e a estimativa das probabilidades diferem quanto ao grau de dificuldade.

Torna-se recomendável, então, verificar qual das funções estudadas tem o melhor ajuste, e se a mesma coincide com uma distribuição que apresente menor dificuldade de obtenção dos parâmetros e, ainda, facilidade nas estimativas de probabilidades. Caso contrário, é possível verificar, dentro do período em questão, a possibilidade de se utilizar outro modelo, como, por exemplo, a distribuição Normal, para a qual é necessário estimar somente os parâmetros média e desvio-padrão ou mesmo a distribuição de Rayleigh, que exige somente o parâmetro média.



**Figura 1.** Gráficos referentes às distribuições de frequência de dados horários de velocidade predominante do vento para os meses de junho e dezembro.

Este poderia ser o exemplo de uma situação real, cujo emprego do modelo probabilístico aos dados de velocidade do vento fosse necessário somente para subsidiar atividades específicas para fins agrícolas relacionadas ao período diurno, parte da tarde, como, por exemplo, a aplicação de defensivos e irrigação ou mesmo outras atividades humanas associadas à prática de esportes ou turismo.

Entre 18 e 23h, intervalo caracterizado como período 4, como resposta ao resfriamento gradual da superfície do solo e conseqüentemente do ar, observa-se diminuição nos valores das velocidades médias do vento, havendo novo aumento da frequência dos intervalos de classe de menor valor da variável em estudo. Neste período prevalece a distribuição Beta (26%) como melhor ajuste, seguida pela distribuição Gama (25%) e Weibull (23%), respectivamente. Como resposta a esta alteração, volta a diminuir a aderência aos modelos de Rayleigh (14%) e Normal (13%), o que irá se acentuar com o início de um novo ciclo de 24h.

Paralelamente, a análise da distribuição das classes de frequência da primeira hora, dentro dos quatro períodos avaliados, nos meses de junho e dezembro (Figura 1), tomados como exemplos por caracterizarem um mês tipicamente frio e outro quente, revela maior frequência nas classes iniciais dos valores horários da velocidade do vento, reduzindo-se bruscamente a partir da terceira ou quarta classe. Essa queda não é acompanhada pelo modelo probabilístico da distribuição Normal (que é mais simétrico), como o podem ser os modelos das distribuições de Weibull, Beta, Gama e até mesmo da Rayleigh, dependendo dos valores assumidos por seus parâmetros e evidenciando formas predominantemente assimétricas. Tendência bem menos assimétrica é observada na hora 12, em ambos os meses.

A maior velocidade do vento no período da tarde está associada ao maior saldo de radiação (TUBELIS; NASCIMENTO, 1986) e à conseqüente instabilidade térmica, a qual, em geral, é maior neste período, uma vez que o incremento dos fluxos convectivos verticais também acentua os movimentos do ar no sentido horizontal.

Heldwein et al. (2003), trabalhando com valores médios de rajadas máximas horárias referentes a um período de seis anos de registros analisados em Santa Maria, Estado do Rio Grande do Sul, também verificaram que a velocidade do vento é maior no período entre 10 e 18h, enquanto por volta das 20h e durante a madrugada ocorrem os menores valores médios.

Este comportamento quanto à alternância de aderência dos modelos pode ser observado novamente quando se analisam os coeficientes de

assimetria horários mensais (Figura 2) referentes aos dados de velocidade média do vento, os quais têm por objetivo caracterizar como e quanto a distribuição de frequências se afasta da condição de simetria. Além destes apresentados, os demais coeficientes mostram-se positivos para todos os meses do ano. Isso indica alongamento à direita da curva, porém com valores mais baixos nas horas mais quentes do dia, ou seja, no período 3, entre 12 e 17h, revelando-se menos assimétricos e confirmando novamente a possibilidade de maior aderência dos modelos de Rayleigh e Normal neste período, além do ajuste dos demais modelos.

De maneira geral, os menores coeficientes de assimetria estão sempre associados aos períodos 2 e 3, referentes ao período diurno, como era de se esperar. Curvas menos características podem ser observadas em alguns meses como, por exemplo, setembro, outubro e novembro, cujo padrão parece se alterar. Entretanto, o que se verifica de fato é um decréscimo dos coeficientes também nas horas mais frias do dia, tornando menos evidentes os valores mais baixos desses meses nas horas mais quentes, quando comparados com os demais.

É possível inferir então que a escolha da distribuição teórica que se adapte aos dados é muito importante. Algumas vezes o conhecimento detalhado do próprio fenômeno físico permite se definir a escolha do modelo. Alguns conjuntos de dados podem ser ajustados, igualmente bem, por uma ou outra distribuição, mas também podem ocorrer regiões, locais ou horários em que nenhum dos modelos avaliados neste estudo seja apropriado.

Alguns comentários sobre os modelos avaliados neste estudo merecem ser destacados, como, por exemplo, o fato de que o modelo estatístico de Weibull, de dois parâmetros, tem sido usado em diversos estudos em virtude de o mesmo apresentar bom ajuste à distribuição de frequência dos dados diários de velocidade do vento. Dentre os estudos pioneiros com esta distribuição ressaltam-se os de Hennessey (1977) e Justus et al. (1978).

Thom (1958) estudou as propriedades da distribuição Gama, as suas diversas aplicações em dados meteorológicos e a eficiência da obtenção das estimativas de seus parâmetros pelo método da máxima verossimilhança e concluiu que essa distribuição pode ser considerada a mais adequada para períodos curtos: uma semana, cinco dias e um dia. No presente estudo é possível ampliar essa conclusão também para os dados horários locais, uma vez que a distribuição Gama mostrou-se ótima opção de ajuste, tanto para o período diurno (períodos 2 e 3) quanto para o período noturno (períodos 1 e 4).

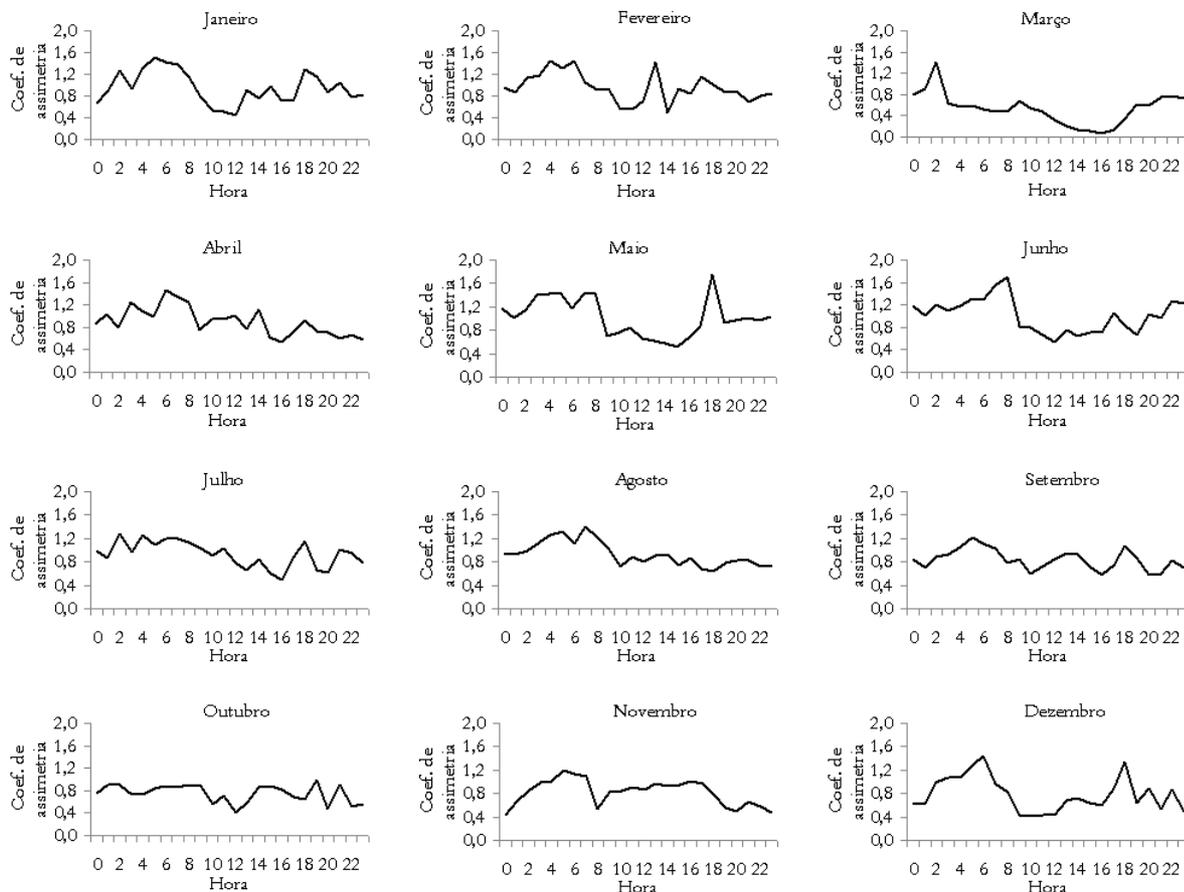


Figura 2. Gráficos relativos aos coeficientes de assimetria horários.

Por outro lado, um grande problema encontrado em trabalhos que envolvem a distribuição Gama é a estimação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , pela complexidade e extensão dos cálculos envolvidos.

Leite e Virgens Filho (2006), em estudo com uma série histórica de 26 anos de dados diários de velocidade média do vento em Ponta Grossa, Estado do Paraná, verificaram que a distribuição Beta apresentou os melhores ajustes para esta localidade para todos os meses do ano, quando comparada às distribuições de Rayleigh e Normal. Salienta-se que, apesar de os autores destacarem a distribuição Beta como melhor opção, coincidindo com o presente estudo dentro dos períodos 2, 3 e 4, naquela ocasião os mesmos utilizaram dados diários, assim como os demais trabalhos referenciados anteriormente e não foram discutidas possibilidades alternativas além do melhor ajuste mensal, como a maioria dos trabalhos nesta linha.

### Conclusão

O maior ou menor grau de ajustamento dos dados médios horários de vento aos modelos

probabilísticos avaliados são influenciados pela hora do dia como consequência do balanço de radiação solar junto à superfície terrestre. Dois ou mais modelos se ajustam adequadamente, com pequenas diferenças entre si, nas diferentes horas do dia e nos meses, revelando, na maioria das vezes, opções de modelos mais simples, menos trabalhosos e, por vezes, igualmente eficientes. No período noturno, entre 18 e 23h, prevalece a distribuição Beta. Entre zero e 5h, a distribuição de Weibull aparece como melhor opção de ajuste. Entre 6 e 11h, prevalecem as distribuições de Weibull e Beta, porém, entre 12 e 17h, os cinco modelos se equivalem, ajustando adequadamente os dados médios horários de velocidade do vento, podendo ser escolhidos conforme o menor grau de dificuldade.

### Agradecimentos

Ao Instituto Tecnológico Simepar, pela cessão dos dados, e à Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Paraná, pelo suporte financeiro.

**Referências**

- ASSIS, F. N.; ARRUDA, H. V.; PEREIRA, A. R. **Aplicações de estatística à climatologia: teoria e prática**. Pelotas: UFPEL, 1996.
- CAMARGO, M. B. P.; ORTOLANI, A. A.; ARRUDA, H. V. Ocorrência mensal de rajadas máximas diárias de vento em Campinas (SP). **Bragantia**, v. 53, n. 1, p. 107-112, 1994.
- FALLS, L. W. **The beta distribution: a statistical model for world cloud cover**. Alabama: NASA, 1973. p. 1-6. (NASA Technical Memorandum, TMX- 64714).
- GREENWOOD, J. A.; DURAND, D. Aids for fitting the gamma distribution by maximum likelihood. **Technometrics**, v. 2, n. 1, p. 55-65, 1960.
- HELDWEIN, A. B.; STRECK N. A.; BURIOL G. A.; SANDRI, M. A.; TRENTIN, G.; SPOHR, R. B.; SILVA, J. C.; ALBERTO, C. M.; FARIA, N. S. Frequência de ocorrência de ventos fortes em Santa Maria, RS. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 11, n. 2, p. 285-291, 2003.
- HENESSEY, J. P. Some aspects of wind power statistic. **Journal of Applied Meteorology**, v. 16, n. 2, p. 119-128, 1977.
- HINES, W. W.; MONTGOMERY, D. C.; GOLDSMAN, D. M.; BORROR, C. M. **Probabilidade e estatística na engenharia**. Rio de Janeiro: LTC Editora, 2006.
- JUSTUS, C. G.; HARGRAVES, W. R.; MIKHAIL, A.; GRABER, D. Methods for estimating wind speed frequency distributions. **Journal of Applied Meteorology**, v. 17, n. 3, p. 350-353, 1978.
- LEITE, M. L.; VIRGENS FILHO, J. S. Avaliação da velocidade média e direção predominante do vento em Ponta Grossa – PR. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 14, n. 2, p. 157-167, 2006.
- MARQUES JÚNIOR, S.; VALADÃO, L. T.; VIEIRA, A. R. R.; MOURA, M. V. T. Análise de dados de vento para a região de Botucatu - SP utilizando a distribuição beta. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, v. 3, n. 3, p. 129-132, 1995.
- MORETIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.
- PEARSON, K. **Tables of the incomplete Beta function**. London: University College, Biometriks Office, 1934.
- SANSIGOLO, C. A. Distribuições de probabilidade de velocidade e potência do vento. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 20, n. 2, p. 210-217, 2005.
- THOM, H. C. S. A note on the gama distribution. **Monthly Weather Review**, v. 86, n. 4, p. 117-122, 1958.
- TUBELIS, A.; NASCIMENTO, F. C. L. **Meteorologia descritiva: fundamentos e aplicações brasileiras**. 1. ed. São Paulo: Nobel, 1986.

*Received on May 15, 2009*

*Accepted on December 5, 2009*

License information: This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.